

МАТЕМАТИКА 6

**Учебник для 6 классов
школ общего среднего образования**

Издание второе, переработанное
и дополненное

*Утвержден Министерством народного образования
Республики Узбекистан*

ИЗДАТЕЛЬСКО-ПОЛИГРАФИЧЕСКИЙ ТВОРЧЕСКИЙ ДОМ
„O‘QITUVCHI“
ТАШКЕНТ – 2017

Авторы:

**М. А. МИРЗААХМЕДОВ, А. А. РАХИМКОРИЕВ,
Ш. Н. ИСМАИЛОВ, М. А. ТОХТАХОДЖАЕВА**

Спецредактор:

Л. Н. Тен — главный методист Республиканского
центра образования.

Рецензенты:

Ш. Х. Саидова — учитель математики 273 средней
школы Юнусабадского района;
Г. А. Фозилова — учитель математики 274 средней
школы Юнусабадского района.

Дорогой ученик!

Наша Родина Узбекистан дала мировой науке и культуре многих великих ученых, поэтов, государственных деятелей. Знай, что ты — продолжатель их великих дел! На моих страницах ты познакомишься с образцами их творчества. Они говорят с тобой через века — гордись ими!

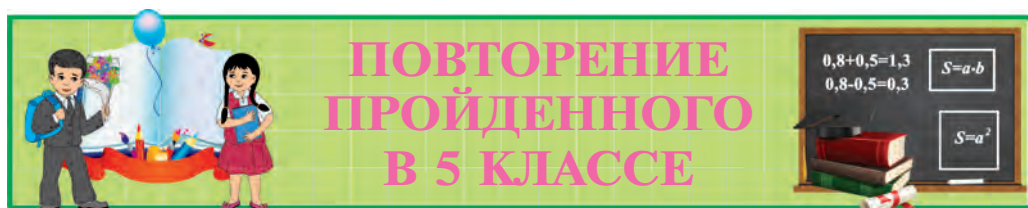
Молодость — время постижения знаний. Наши великие предки говорили: «Знания, полученные в юности, вечны, словно высечены на камне». Чтобы научиться математике, нужны упорство и настойчивость. Математика действительно требует от тебя творческого подхода к решению задач и примеров. Если ты меня глубоко и основательно изучишь, я останусь твоим другом навсегда. Упорства, настойчивости и терпения желают

Авторы.

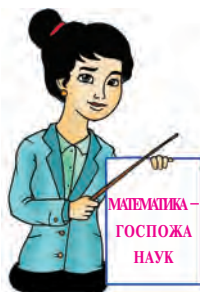
УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ В УЧЕБНИКЕ:

-  — правило, свойство, определение;
-  — активизирующие вопросы и задания;
-  — упражнения для работы в классе;
-  — развивающие упражнения;
-  — упражнения для повторения;
-  — упражнения для домашнего задания;
-  — отделение текста от заданий.

**Издано за счет средств Республиканского целевого
книжного фонда**



Дорогой ученик!



В 5 классе вы познакомились с натуральными числами, площадями и объемами, обыкновенными и десятичными дробями и действиями над ними, овладели знаниями о процентах. Для повторения полученных знаний решите следующие упражнения.

«Основа нашего будущего создается в учебных заведениях. Каким будет завтрашний день нашего народа зависит от образования и воспитания наших детей».

И. А. Каримов

(«Высокая духовность — непобедимая сила.»)



1. Натуральные числа

1. Вычислите удобным способом:

- 1) $(38 \cdot 54 + 38 \cdot 42) : 24$; 3) $736 \cdot 983 - 736 \cdot 883$;
2) $2416 \cdot 67 + 33 \cdot 2416$; 4) $(88 \cdot 89 - 88 \cdot 69) : 440 + 60$.

2. Найдите число, оканчивающееся цифрой 7, меньшее пятизначного числа и большее числа 9 987.

3. Найдите площадь прямоугольника, если его ширина меньше длины на 8 м, а периметр равен 64 м.

4. Я задумал число. Если это число разделить на 12 и к частному прибавить 450, то в сумме получится 410. Найдите задуманное число.

5. На двух полках 180 книг. Если с первой полки переставить 10 книг на вторую, то число книг на полках станет равным. Сколько книг было на каждой полке?

6. Я задумал число. Если из него вычесть 42, умножить разность на 12, то получим в произведении 1 080. Найдите задуманное число.

7. Заполните пустую клетку, определив закономерность между числами (рис. 1).

1

74 45 16

62 46 30

26 54

8. Через неплотно закрытый водопроводный кран каждую секунду вытекает по капле воды (рис. 2). Сколько граммов воды утечет за 1 час, если масса 100 капель равна 7 г? А за сутки? За месяц?



9. Найдите числовое значение выражения:

1) $1 + 1 \cdot 1 - 1 : 1 + (1 + 1 - 1) : 1 + 1 - (1 + 1)$;
2) $1 : 1 + 1 + 1 \cdot (1 + 1 : 1 - 1) \cdot 1 + 1 - 1 : (1 + 1 \cdot 1 - 1)$.

10. Выполните действия:

1) $614 \cdot 905 + 2\,736 : 76$; 2) $812 \cdot 35 - 2\,436 : (3\,732 - 48 \cdot 27)$.

11. Решите уравнение: $81\,900 : (1\,324 - x) = 350$.

2. Обыкновенные дроби

12. Сравните дроби: 1) $\frac{8}{17}$ и $\frac{9}{17}$; 2) $\frac{13}{14}$ и $\frac{13}{15}$.

13. Выполните действия:

1) $\left(2\frac{13}{17} - 1\frac{11}{17}\right) + \frac{12}{17}$; 2) $4\frac{5}{13} + 1\frac{6}{13} - 3\frac{8}{13}$; 3) $5\frac{9}{11} - 3\frac{5}{11} + 2\frac{3}{11}$.

14. Решите уравнение:

1) $\frac{19}{27} - \left(x + \frac{10}{27}\right) = \frac{2}{27}$; 2) $\left(\frac{19}{15} - \frac{11}{15}\right) + x = \frac{8}{15}$; 3) $\frac{5}{9} + x = \frac{8}{9} - \frac{1}{9}$.

15. При каких значениях a дробь:

1) $\frac{a}{8}$ будет правильной; 2) $\frac{10}{a}$ будет неправильной?

16. Запишите все правильные дроби со знаменателем 7.

17. Выполните действия:

1) $\frac{22}{37} - \frac{7}{37} + \frac{15}{37}$; 2) $\frac{23}{35} - \left(\frac{17}{35} - \frac{11}{35}\right)$; 3) $\frac{13}{15} - \left(\frac{4}{15} + \frac{7}{15}\right)$.

18. Решите уравнение:

1) $x + \frac{5}{9} = \frac{8}{9}$; 2) $x - \frac{7}{12} = \frac{1}{12}$; 3) $6\frac{19}{35} - x = 1\frac{2}{35}$.

3. Десятичные дроби

19. Вычислите удобным способом:

1) $8,435 - (1,111 + 6,324)$; 2) $29,14 + 15,39 - 28,14$.

20. Решите уравнение:

1) $7,05 \cdot 12,4 - x = 28,5$; 2) $x + 25,4 = 5,04 \cdot 6,05$.

21. Одна сторона прямоугольника 7,85 м, а вторая в 4 раза длиннее ее. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

22. Самолет пролетел 1440 км со скоростью 800 км/ч, а оставшиеся 510 км он летел со скоростью 850 км/ч. Сколько часов потратил самолет на весь путь (рис. 3)?



23. Вычислите, пользуясь распределительным законом:

1) $2,71 \cdot 12,6 + 87,4 \cdot 2,71$; 3) $3,08 \cdot 17,9 - 3,08 \cdot 7,9$;
2) $20,8 \cdot 17,9 - 20,8 \cdot 7,9$; 4) $7,5 \cdot 8,7 + 2,5 \cdot (9,4 - 2,7)$.

24. Решите уравнение: 1) $15,6 : x = 2,6$; 2) $5,12x = 20,48$.

4. Проценты

25. Длина прямоугольника равна 45 см, а ширина составляет 60% от его длины. Найдите периметр и площадь этого прямоугольника.

26. В банк положили 1 000 000 сумов. Банк за год начисляет вкладчику 19 %. Какую прибыль получит вкладчик через 1 год?

27. Площадь территории Узбекистана составляет 448,9 тысяч км² (рис. 4). Равнины занимают приблизительно 80% его территории. Какова площадь равнин?

28. В 1-й день ученик прочитал 32 % книги, во 2-ой день 30 %, а в 3-й — оставшиеся 76 страниц. Сколько страниц он прочитал в 1-й и 2-й день?





§ 1. Деление натуральных чисел

1–2

Делители и кратные числа

Дети, подумайте!

Сколько типов букетов можно составить из 15 цветов? Сколько цветов, обычно, составляют букет? Мы думаем, что вы справитесь с этим заданием.



При решении этой задачи вам помогут предыдущие знания по математике. Натуральное число можно записать как произведение двух множителей. Например, число 15 можно записать как произведение двух множителей так:

$$15 = 1 \cdot 15 = 3 \cdot 5 = 5 \cdot 3 = 15 \cdot 1.$$

Следовательно, число букетов, составленных из 15 цветов, определяют множители: 15 букетов по 1 цветку, 5 букетов по 3 цветка, 3 букета по 5 цветков и 1 букет из 15 цветков (рис. 5).

Если натуральное число m делится без остатка на натуральное число n , число m называют **кратным** числа n , а число n — **делителем** числа m .

5



Известно, что если 8 разделить на числа 1, 2, 4 и 8, то в остатке получится 0.

Например, $8 : 1 = 8$; $8 : 2 = 4$; $8 : 4 = 2$; $8 : 8 = 1$.

Числа 1, 2, 4 и 8 называются **делителями** числа 8, а число 8 называется **кратным чисел** 1, 2, 4 и 8. То есть число 8 **делится** на числа 1, 2, 4 и 8. Число 3 не является делителем числа 8. Следовательно, 8 **не делится** на 3.

Задача. Запишите все делители числа 36.

Решение. Последовательно проверяем числа 1, 2, 3, 4 и т.д. При этом, если произведение одного из них на какое-то число равно 36, то записываем это так:

$$36 = 1 \cdot 36 = 2 \cdot 18 = 3 \cdot 12 = 4 \cdot 9 = 6 \cdot 6 = 9 \cdot 4 = 12 \cdot 3 = 18 \cdot 2 = 36 \cdot 1.$$

Следовательно, числа 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 являются делителями числа 36.



Так как произведение не зависит от порядка сомножителей, то можно остановиться на произведении $6 \cdot 6$.

Если число записано в виде произведения чисел, то говорят, что число **разложено на множители**.

Например, число 10 можно разложить следующим образом: $1 \cdot 10$, $10 \cdot 1$, $2 \cdot 5$, $5 \cdot 2$.

Так как произведение не зависит от порядка сомножителей, то разложения $1 \cdot 10$ и $10 \cdot 1$, также $2 \cdot 5$ и $5 \cdot 2$ считаются равными. Следовательно, число 10 можно разложить на множители двумя способами $1 \cdot 10$ или $2 \cdot 5$.

Числа 1, 2, 3, 4, 6 и 12 являются делителями числа 12, значит оно разлагается на множители тремя способами: $1 \cdot 12$, $2 \cdot 6$ и $3 \cdot 4$.

Если натуральное число **делится** на 2, то оно называется **четным**.

Если натуральное число **не делится** на 2, то оно называется **нечетным**.

2, 4, 6, 8, 10, ... — ряд четных чисел.

1, 3, 5, 7, 9, ... — ряд нечетных чисел.

0 также входит в ряд четных чисел.

- 29. 1)** Что означает кратное натурального числа? Какое число называется делителем данного натурального числа?
- 2)** Какое число называют четным? А нечетным? Какими цифрами они могут оканчиваться?

30. Запишите все делители числа:

1) 30; 2) 19; 3) 54; 4) 59; 5) 62; 6) 89; 7) 95.

31. Верны ли утверждения:

- 1) 91 — кратное числа 7;
2) 12 — делитель числа 1 248?

32. Найдите все общие делители чисел:

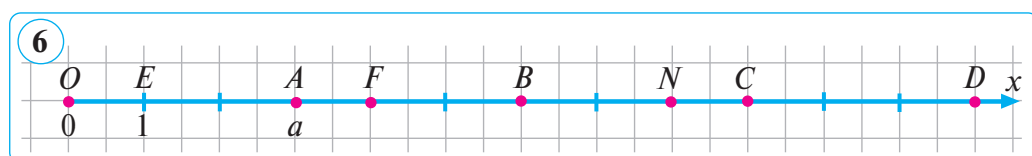
1) 36 и 24; | 2) 15 и 48; | 3) 18 и 42; | 4) 76 и 57.

33. Запишите отдельно четные и нечетные решения двойного неравенства:

1) $23 < x < 34$; 2) $34 < x \leq 43$; 3) $157 \leq z \leq 166$.

34. Выпишите из данных чисел 1, 2, 3, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 15, 18, 20 делители чисел 9, 10, 12, 15, 18, 20.

35. На координатном луче отмечена точка a . Найдите координаты точек A , F , B , N , C и D . Будут ли числа, соответствующие этим точкам, кратными числа a (рис. 6)?



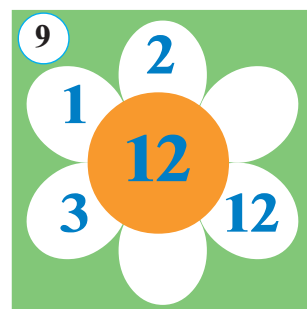
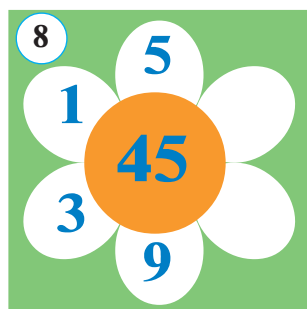
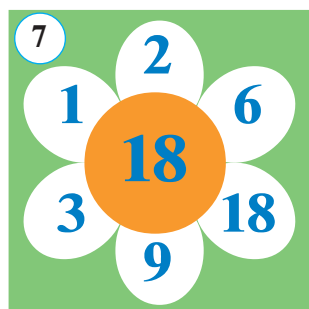
36. Представьте число в виде разложения на два множителя:

- 1) $38 = 2 \cdot \dots$; 3) $48 = 12 \cdot \dots$; 5) $90 = 5 \cdot \dots$;
2) $88 = 8 \cdot \dots$; 4) $54 = 3 \cdot \dots$; 6) $72 = 12 \cdot \dots$.

37. Среди чисел 144, 153, 145, 150, 161, 139, 141, 165, 157 найдите числа, кратные числу 3, и запишите их в порядке убывания.

38. Среди чисел 9; 22; 15; 30; 70; 81; 17; 24; 28; 42; 60; 108 найдите числа, кратные какому-либо другому.

39. Определив закономерность расположения чисел на рис. 7, найдите пропущенные числа на рис. 8–9.



40. Вставьте в высказывание слова «четное» или «нечетное» так, чтобы оно стало верным:
- 1) сумма двух четных чисел всегда ... ;
 - 2) сумма двух нечетных чисел всегда ... ;
 - 3) сумма трех четных чисел всегда ... ;
 - 4) сумма трех нечетных чисел всегда
41. Какую цифру нужно вставить вместо (*) в трехзначное число $32*$, чтобы получилось верное высказывание.
- 1) число $32*$ делится на 2;
 - 2) число $32*$ делится на 5;
 - 3) число $32*$ делится на 3;
 - 4) число $32*$ делится на 9.
42. Из чисел, больших 42, но меньших 97, выпишите те, которые кратны 6.
43. Какой цифрой оканчиваются числа, кратные и числу 2, ? и числу 5, и числу 10?
44. Какое число является делителем любого натурального числа?
45. Запишите отдельно четные и нечетные решения двойного неравенства:
- 1) $11 < x < 25$;
 - 2) $66 < x \leq 96$;
 - 3) $45 \leq z \leq 79$.
46. 1) Запишите все делители числа 21;
2) запишите все делители числа 75.
47. Назовите натуральные числа, которые имеют только один делитель. Сколько таких чисел?
48. Вставьте в высказывание слова «четное» или «нечетное» так, чтобы оно стало верным:
- 1) произведение двух четных чисел всегда число ... ;
 - 2) произведение четного и нечетного чисел всегда число
49. Запишите последовательные: 1) четные; 2) нечетные числа большие 26.
50. Будет ли первое число кратным для второго:
- 1) 144 и 36;
 - 2) 4 545 и 9;
 - 3) 3 678 и 24?
51. Будет ли первое число делителем второго:
- 1) 5 и 10;
 - 2) 19 и 24;
 - 3) 8 и 48;
 - 4) 21 и 63?
52. Из чисел 13, 2, 48, 3, 1, 15, 4, 17, 60, 6, 12 выпишите:
- 1) однозначные четные числа;
 - 2) двузначные нечетные числа;
 - 3) делители чисел 48 и 60.



Какие из утверждений верные, а какие нет:

- если число делится на 10, то оно делится и на 5;
- если число делится на 5, то оно делится и на 10;
- если число делится на 2, то оно делится и на 10;
- если число делится на 5, то оно делится и на 2?

Сможете ли вы сделать вывод? Приведите примеры.

1. Деление суммы, разности и произведения.

1.1. Делимость суммы (свойство 1).

Если каждое из двух или более натуральных чисел делится на некоторое число, то сумма этих чисел делится на это же число.

Если одно из двух натуральных чисел делится на некоторое число, а другое на него не делится, то их сумма не делится на это число.

Пример 1. Сумма $36 + 81$ делится на 9, так как каждое из слагаемых делится на 9; сумма $12 + 17$ не делится на 6, так как число 12 делится на 6, а 17 не делится на 6; сумма $13 + 23$ делится на 6, но числа 13 и 23 не делятся на 6.

1.2. Делимость разности (свойство 2).

Пример 2. Разность $63 - 49$ делится на 7, так как уменьшаемое и вычитаемое делится на 7; разность $56 - 48$ не делится на 6, так как уменьшаемое 56 не делится на 6, а вычитаемое 48 делится на 6.

Сформулируйте свойство 2, аналогичное свойству 1, самостоятельно.

1.3. Делимость произведения (свойство 3).

Если один из множителей делится на некоторое число, то произведение также будет делиться на это число.

Пример 3. Произведение $15 \cdot 17$ делится на 5, так как $15 : 5 = 3$. Следовательно, $(15 \cdot 17) : 5 = 15 : 5 \cdot 17 = 3 \cdot 17 = 51$.

2. Признаки делимости на 10, на 5 и на 2.

2.1. Признак делимости на 10.

Натуральные числа, кратные 10



10, 20, 30, ...

Если натуральное число оканчивается цифрой **0**, то оно делится на **10**. Если последняя цифра в записи натурального числа отлична от **0** (**1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**), то это число не делится на **10**.

Пример 4. Число 1 230 делится на **10**, но число 31 не делится на **10**.

2.2. Признак делимости на 5.

Натуральные числа, кратные 5 $\Rightarrow$ **5, 10, 15, 20, ...**

Если натуральное число оканчивается цифрой **0** или **5**, то оно делится на **5**. Если последняя цифра числа отлична от **0** или **5**, то это число не делится на **5**.

Все цифры, делящиеся на 10, также делятся на 5.

Пример 5. Числа 105, 110 делятся на **5**; числа 21, 23, 48, 26, 2017 не делятся на **5**.

2.3. Признак делимости на 2.

Натуральные числа, кратные 2 $\Rightarrow$ **2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, ...**

Отсюда ясно, что числа кратные **2**, оканчиваются одной из цифр **0, 2, 4, 6, 8**. Эти цифры называются **четными**.

Остальные цифры **1, 3, 5, 7, 9** называются **нечетными**.

Если натуральное число оканчивается **четной цифрой**, то оно делится на **2**. Если натуральное число оканчивается **нечетной цифрой**, то оно не делится на **2**.

Напомним, что натуральные числа, делящиеся на **2**, называются **четными числами**, остальные натуральные числа называются **нечетными числами**.

Пример 6. 50, 102, 164, 566, 2 008, ... — **четные числа**, так как они делятся на **2**; числа **1, 3, 15, 27, 39, 2 017, ...** — **нечетные числа**, так как они не делятся на **2**.

Числа, которые делятся на 10, делятся и на 2, и на 5.

Пример 7. 1) Делится ли на 2 число 50 346 ? А число 50 343?

2) Делится ли на 5 число 17 325? А число 17 324?

3) Делится ли на 10 число 7 380 ? А число 7 384?

Р е ш е н и е. 1) Так как последняя цифра числа 50 346 — четная цифра 6, то это число делится на 2.

Остальные примеры решаются подобным образом.

Видно, что признаки делимости дают возможность, не производя деление «столбиком», точно определить, делится или не делится одно число на другое.

Число 660 делится и на 2, и на 5, и на 10. Проверьте.

Р е ш е н и е. 0 последняя цифра числа 660. Следовательно, это число делится и на 2, и на 5, и на 10.

53. 1) Объясните на примерах делимость суммы, разности и произведения.

? 2) Какие числа делятся и на 2, и на 5, и на 10?

3) Какие цифры называются четными, а какие нечетными?

54. Делится ли сумма $12 + 36 + 18$ на 6? А на 4? А на 11?

55. Делится ли разность $64 - 56$ на 4? А на 8? А на 7?

56. Сколько двузначных четных чисел? А двузначных нечетных чисел? Можно ли найти среди них наименьшее? наибольшее?

57. Какие из чисел 58, 125, 180, 462, 1 020 и 2 725:

1) делятся на 2; на 5; на 10;

2) делятся на 2, но не делятся на 5;

3) делятся на 5, но не делятся на 2?

58. Выпишите все трехзначные числа, составленные из цифр 2, 5 и 7 (без их повторения), которые кратны:

1) 2; 2) 5.

59. Среди решений двойного неравенства выберите те, которые кратны 2, 5 и 10:

1) $34 < x < 53$; 2) $75 < x < 95$; 3) $115 < x < 132$.

60. Запишите числа, кратные числу **100** (числу **4**). Обратите внимание на последние две цифры натуральных чисел, кратных числу **100** (числу **4**). Сформулируйте признак делимости на **100**, (на **4**).

61. Может ли сумма делиться на некоторое число, а при этом ни одно из слагаемых на это число не делится? Приведите примеры, если это возможно и сделайте вывод.

62. Какую цифру надо поставить вместо (*), чтобы разность $1\,653 - 78 \cdot$ делилась на: 1) 2; 2) 5; 3) 10?

63. Какие из чисел 220, 555, 27, 63, 144, 1 236, 379, 458, 810, 151, 75, 7 894, 71, 12 547 делятся на 2?
64. Запишите наибольшее (наименьшее) четное число, составленное из цифр 0, 1, 2, 3.
65. Запишите ряд чисел, кратных 25. Обратите внимание на последние две цифры натуральных чисел, кратных числу 25. Сформулируйте признак делимости на 25.
66. Запишите наибольшее и наименьшее четырехзначные числа, которые делятся и на 2, и на 5.
67. Какой цифрой оканчивается четное число, делящееся на 5? Какому числу всегда кратно такое число?
68. Какие из чисел 515, 160, 461, 505, 723, 1 012, 420, 5 435, 28, 33, 6 130, 866, 262, 990, 102 делятся на 5?
69. Какую цифру надо поставить вместо (*), чтобы сумма $54* + 271$ делилась на: 1) 2; 2) 5; 3) 10?
70. Какие из чисел 2 110, 5 000, 45 980, 1 026, 2 017, 3 000, 32 110 и 2 018 делятся на 10?

6–7

Признаки делимости чисел на 9 и на 3



Какие из утверждений верные:

- нечетные числа: кратны 3, кратны 9;
- числа, оканчивающиеся на 3, делятся на 3;
- числа, оканчивающиеся на 9, делятся на 9?

Объясните на примерах.

1. Признак делимости на 9.

Если сумма цифр натурального числа делится на 9, то и само число делится на 9. Если сумма цифр числа не делится на 9, то и само число не делится на 9.

Пример 1. Делится ли число 8 964 на 9?

Решение. Вычислим сумму цифр числа 8 964: $8 + 9 + 6 + 4 = 27$; число 27 делится на 9, т. е. $27 : 9 = 3$. Следовательно, 8 964 также делится на 9: $8\,964 : 9 = 996$.

Пример 2. Делится ли число 2 643 на 9?

Решение. Вычислим сумму цифр числа 2 643: $2 + 6 + 4 + 3 = 15$. 15 не делится на 9.

Поэтому число 2 643 также не делится на 9.

2. Признак делимости на 3. Признак делимости на 3 подобен признаку делимости на 9.

Если сумма цифр натурального числа делится на 3, то и само число делится на 3. Если сумма цифр числа не делится на 3, то и само число не делится на 3.

Пример 3. Сумма цифр числа 52 461 равна $5 + 2 + 4 + 6 + 1 = 18$, это число делится на 3. Поэтому число 52 461 делится на 3: $52\,461 : 3 = 17\,487$.

Пример 4. Сумма цифр числа 4 327 равна 16, это число не делится на 3. Поэтому число 4 327 также не делится на 3.



Выражение «Сумма цифр числа» используется с целью упростить выражение «сумма однозначных чисел, соответствующих цифрам в записи числа».

Цифры — это знаки, обозначающие числа на письме, над ними не производятся арифметические действия. Действия выполняются над числами.

71. 1) Сформулируйте признаки делимости на 9, на 3 и приведите примеры.



2) Будет ли число, делящееся на 3, делиться также и на 9? Будет ли число, делящееся на 9, делиться также и на 3?

72. Делятся ли числа 363, 454, 2 340, 5 463, 7 705, 3 777, 4 523 на 9? А на 3? Какие из чисел не делятся на 3? Почему?

73. Сколько раз достаточно написать число 2 017 подряд, чтобы полученное число делилось на 2 017?

74. На какое число будут делиться числа, которые делятся: 1) и на 2, и на 3; 2) и на 5, и на 9? Приведите примеры.

75. Проверьте, делятся или не делятся числа 1) 660; 2) 993; 3) 758; 4) 2 880; 5) 1 089 на 3, на 9.

76. Замените (*) такими цифрами, чтобы в результате натуральное число $4*3*1$ делилось без остатка на: 1) 9; 2) 3. Найдите все возможные решения.

77. 1) Найдите значение неизвестной цифры (*), для которого сумма: 1) $*23 + 1*7$; 2) $2*0 + 35*$ делится: а) на 3; б) на 9.

78. Верны ли следующие утверждения:

- 1) Числа, делящиеся на 9, делятся также на 3;
- 2) некоторые числа, делящиеся на 3, делятся также на 9;
- 3) ни одно из чисел, делящихся на 3, не делится на 18?

79. Запишите наименьшее число, состоящее только из цифры 1, которое делится: 1) на 3; 2) на 9.

80. Делятся ли числа 618, 70, 710, 1 446, 403, 868, 530, 124, 89, 961, 455, 2 016, 3 726, 15 470 на 6?

У к а з а н и е. Число 618 **не делится на 6**, так как оно не делится **ни на 2, ни на 3**. Число 70 **не делится на 6**, так как хоть оно и **делится на 2**, но **не делится на 3**. Из этого следует: если натуральное число **делится и на 2, и на 3**, то данное число **делится также на 6**. Другие числа **на 6 не делятся**.

81. Верно ли, что:

если число оканчивается цифрой 6, то оно делится на 6;
если число делится на 6, то оно оканчивается цифрой 6?

82. Которые из решений неравенства кратны 9:

- 1) $453 < x < 500$;
- 2) $35 \leq y < 70$;
- 3) $44 < z \leq 72$?

83. Запишите по 3 числа, которые состоят только: 1) из цифры 5 и делятся на 3; 2) из цифры 6 и делятся на 9.

84. Может ли остаток от деления на 4 равняться 4? Может ли остаток равняться 5? Обоснуйте ответ.

85. Воспользовавшись признаками делимости на 2, 3, 5 и 9, определите, делятся ли на них данные числа:

- 1) 7 236;
- 2) 82 740;
- 3) 74 961;
- 4) 47 199.

86. Делятся ли числа 600, 81, 3 330, 405, 9 034, 9 339, 75 870, 2 763, 480, 1 536, 12 521, 7 587 на: 1) 9; 2) 3?

87. Замените (*) цифрой, при которой сумма $202 + 2 \cdot 2$ делится на 3; на 9.

88. Какие из решений двойного неравенства кратны 9:

- 1) $120 < x < 170$;
- 2) $81 < y \leq 99$;
- 3) $63 \leq z \leq 117$?

89. При каких значениях (*) четырехзначное число $6 \cdot 5 \cdot *$:

- 1) кратно 3; 2) кратно 9? Рассмотрите все случаи.

90. Составьте все четырехзначные числа, кратные 9, используя без повторений только цифры 0, 4, 6 и 8.

Каждое натуральное число, кроме 1, имеет хотя бы два делителя. Каждое из чисел 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 имеет два делителя: число 1 и само число (*проверьте!*). Точно также, каждое из чисел 4, 6, 12, 25, 28 имеет более двух делителей (*проверьте!*).

Если натуральное число имеет ровно два делителя (само число и 1), то оно называется **простым**.

По определению, числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17 **простые** числа. Будет ли число 1 по определению простым?

Если натуральное число имеет больше двух делителей, оно называется **составным**.

По этому определению, числа 4, 6, 12, 25, 28 — **составные**. Будет ли число 1 по этому определению **составным**?

Из предыдущих размышлений приходим к выводу:

Число 1 не является ни простым, ни составным

Одним из простейших и вместе с тем самый древний способ составления таблицы простых чисел предложил древнегреческий ученый **Эратосфен**. Это способ предназначен для нахождения всех натуральных чисел, не превосходящих данного числа. По этому способу выписываем все натуральные числа, начиная с 2 до заданного и вычеркиваем среди них те, которые являются составными. Оставшиеся **незачеркнутые** числа будут **простыми числами**.

Такой способ нахождения простых чисел известен как «**Решето Эратосфена**». Эратосфен записывал натуральные числа на доске, покрытой воском, и выкалывал иглой **составные числа**. Доска становилась похожей на сито, на ней после прокалывания составных оставались только **простые** числа. Эратосфен составил **таблицу простых чисел** только до 1000.



Применим этот способ, для примера, для нахождения простых чисел, не превосходящих 25:

1. Запишем все натуральные числа от 2 до 25:

2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13
14 15 16 17 18 19 20 21 22 23 24 25

2. Вычеркиваем все числа, кратные 2, кроме 2:

2 3 ~~4~~ 5 ~~6~~ 7 ~~8~~ 9 ~~10~~ 11 ~~12~~ 13
~~14~~ 15 ~~16~~ 17 ~~18~~ 19 ~~20~~ 21 ~~22~~ 23 ~~24~~ 25

3. Вычеркиваем все числа, кратные 3, кроме 3:

2 3 4 5 ~~6~~ 7 8 ~~9~~ 10 11 ~~12~~ 13
14 ~~15~~ 16 17 ~~18~~ 19 20 ~~21~~ 22 23 ~~24~~ 25

4. Вычеркиваем все числа, кратные 5, кроме 5:

2 3 4 5 6 7 8 9 ~~10~~ 11 12 13
14 ~~15~~ 16 17 18 19 ~~20~~ 21 22 23 24 ~~25~~

5. Кроме самих чисел 7, 11, 13, 17, 19 и 23 не осталось чисел, кратных им. Следовательно, числа 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 и 23 **простые** числа, не большие 25.

Самое первое наименьшее простое число равно 2. 2 — единственное четное простое число. Остальные простые числа — нечетные. Простых чисел бесконечно много.

91. 1) Какие числа называются простыми?

? 2) Какие числа называются составными?

3) Какое натуральное число не является ни простым, ни составным?

92. Какие из чисел 17, 22, 31, 35, 41, 47, 222, 241, 308 и 312 простые, а какие составные?

93. Пользуясь признаками делимости чисел на 2, на 3 и на 5, покажите, что числа: 1) 708; 2) 873; 3) 3 302; 4) 8 415; 5) 1111112 являются составными.

94. Найдите все простые решения двойных неравенств:

1) $45 < x < 90$; 2) $23 < y \leq 73$; 3) $47 \leq y < 62$.

95. **Практическое задание.** Найдите все простые числа, не большие 100.

Р е ш е н и е. Для этого перепишите в тетрадь следующую таблицу и вычеркните составные числа.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

1. Вычеркните число 1.
2. Возьмите в кружок число 2, а числа, кратные числу 2, вычеркните.
3. Возьмите в кружок число 3, а числа, кратные числу 3, вычеркните.
4. Возьмите в кружок число 5, а числа, кратные числу 5, вычеркните.
5. Возьмите в кружок число 7, а числа, кратные числу 7, вычеркните.
6. Продолжите такие действия до тех пор, пока все числа не будут вычеркнуты или взяты в кружок.
- 96.** Найдите наибольшее: 1) двузначное; 2) трехзначное простое число.
- 97.** При каких значениях a произведение $29 \cdot a$ будет:
 - 1) простым числом;
 - 2) составным числом?
- 98.** Будет ли сумма трех последовательных чисел простым числом?
- 99.** Какие из чисел 19, 28, 31, 45, 53, 59, 81, 89, 104 и 156 простые, а какие составные?
- 100.** Найдите все простые решения двойных неравенств:
 - 1) $10 < x < 18$;
 - 2) $27 < y < 37$;
 - 3) $23 \leq y < 34$.

Разложение натурального числа на простые множители — это представление его в виде произведения простых множителей.

Делители числа 12: числа 1, 2, 3, 4, 6, 12. Среди них **2** и **3** — простые. Они являются **простыми делителями** 12.

Если составное число представлено в виде произведения своих простых делителей, то говорят, что составное число разложено на простые множители.

Разложить натуральное число на простые множители можно следующим способом.

Пример. Число 315 разложить на простые множители.

Объяснение:

Записываем число **315** и справа от него проводим вертикальную черту. Наименьший простой делитель этого числа **3** записываем справа от черты. Частное $315 : 3 = 105$ записываем под числом 315. Аналогичные действия проводим с числом 105: $105 : 3 = 35$. Затем получаем: $35 : 5 = 7$, $7 : 7 = 1$. Каждое следующее частное записываем под предыдущим. Процесс разложения на простые множители заканчивается, когда в частном получается **1**. Числа, записанные справа от черты, являются простыми делителями и их произведение равно 315, т.е.:

315	3	
105	3	
35	5	
7	7	
1		

$$315 = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7.$$

Если в разложении среди множителей есть равные, то, используя понятие степени, можно преобразовать запись. Например, вышеприведенное разложение можно записать следующим образом:

$$315 = 3^2 \cdot 5 \cdot 7.$$

У числа **315** всего **12** делителей:

1, 3, 5, 7, 9, 15, 21, 35, 45, 63, 105, 315.

101. 1) Что значит разложить число на простые множители?



2) Можно ли разложить на простые множители любое натуральное число? Обоснуйте ответ.

3) Можно ли простое число разложить на простые множители?

102. (Устно.) Разложите числа на простые множители:

8, 12, 18, 25, 27, 45, 51, 62.

103. Какие из чисел 63, 71, 85, 101, 127, 160, 181, 204 простые, а какие составные? Разложите составные числа на простые множители.

104. Какими простыми числами нужно заменить звездочки (*):

1) $225 = 3 \cdot 3 \cdot * \cdot 5$;

3) $308 = 2 \cdot * \cdot 7 \cdot 11$;

2) $210 = * \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$;

4) $330 = * \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$?

105. Найдите частное от деления a на b , если:

1) $a = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7$; $b = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$;

2) $a = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7$; $b = 490$.

106. Какие простые делители будут участвовать в разложении числа, если сумма его цифр кратна: 1) 3; 2)?

107. 1) Найдите произведение всех простых делителей 252.

2) Найдите сумму всех простых делителей числа 374.

108. Напишите число, которое имеет только: 1) 2; 2) 3 простых делителя.

109. Произведение: 1) $23 \cdot 1$; 2) $16 \cdot 1$; 3) $4 \cdot 7$; 4) $11 \cdot 13$; 5) $59 \cdot 1$; 6) $1 \cdot 216$ является простым или составным?

110. Существуют ли треугольники, длины сторон которых — натуральные числа, а периметры являются простыми числами? Приведите примеры.

111. Разложите на простые множители: 2 240, 2 178, 7 272, 8 049.



Правильно ли выполнено разложение числа на простые множители:

1) $72 = 8 \cdot 9 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 2^3 \cdot 3^2$;

2) $112 = 4 \cdot 28 = 4 \cdot 4 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7 = 2^4 \cdot 7$;

3) $48 = 4^2 \cdot 3$;

4) $84 = 3 \cdot 4 \cdot 7$;

5) $216 = 6^3$;

6) $200 = 8 \cdot 25$?

- 112.** При каких натуральных значениях n числа: 1) $50 + n$; 2) $17 + n$; 3) $35 + n$; 4) $10 + n$ разлагаются в произведение наименьшего числа множителей?
- 113.** Объем прямоугольного параллелепипеда $1\,001\text{ см}^3$, длины ребер — простые числа. Найдите:
1) длины всех ребер; 2) площадь его поверхности.
- 114.** Какие из чисел 7, 61, 78, 83, 98, 107, 140, 149 простые, а какие составные? Разложите составные числа на простые множители.
- 115.** Разложите на простые множители:
1) 512; 2) 686; 3) 666; 4) 5 175.
- 116.** Периметр треугольника 59 см, длины его сторон простые числа. Какими будут длины его сторон?
- 117.** Найдите произведение всех простых делителей 200.
- 118.** Найдите сумму всех простых делителей числа 96.
- 119.** Какие из чисел 2, 3, 5 участвуют в разложении чисел 2 484, 7 375, 4 080 на простые множители?
- 120.** Какие из чисел 42, 56, 25, 9, 6, 4, 121, 54, 169 можно записать как произведение двух простых чисел?

13–14

Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа

Победителям конкурса «Юный книголюб» вручили одинаковые подарки. Всего было: 7 словарей, 14 прозаических книг и 21 книга со стихами. Сколько учащихся получили подарки? Сколько книг каждого вида было в одном подарке?



Выпишем все делители чисел 24 и 90:

24	1	2	3	4	6	8	12	24				
90	1	2	3	5	6	9	10	15	18	30	45	90

Делители **1, 2, 3, 6** будут общими делителями чисел 24 и 90 (они окрашены в синий цвет).

Наибольший из этих общих делителей равен **6**.

Число **6** называется **наибольшим общим делителем** чисел **24** и **90**.

Наибольшим общим делителем двух натуральных чисел m и n (**НОД**) называется наибольшее число, на которое делятся эти числа.

Наибольший общий делитель двух натуральных чисел m и n равен произведению общих простых делителей этих чисел.

Следовательно, $\text{НОД}(24, 90) = 2 \cdot 3 = 6$.

Пример 1. Найдите $\text{НОД}(36, 84)$.

Решение. 1 способ (разложение на простые числа)

36	2
18	2
9	3
3	3
1	



$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

84	2
42	2
21	3
7	7
1	



$$84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$$

$\text{НОД}(36, 84) = 2^2 \cdot 3 = 12$ **О т в е т:** 12.

Наибольший общий делитель натуральных чисел m и n обозначается следующим образом: $\text{НОД}(m, n)$.

Из решенного примера можно сделать следующий вывод:

Для нахождения $\text{НОД}(m, n)$:

1 шаг. Находим разложения m и n на простые множители.

2 шаг. Выбираем наименьшую степень каждого общего множителя, затем их перемножаем.

3 шаг. Значение произведения и будет $\text{НОД}(m, n)$.

Пример 2. Найдите $\text{НОД}(30, 36)$. 2 способ.

1 шаг	2	30	36		
2 шаг	3	15	18		
3 шаг	↓	5	6	←	Общий множитель этих чисел равен 1. <i>Здесь надо остановиться!</i>
$\text{НОД}(30, 36) =$	$2 \cdot 3$	$= 6$			

Объяснение. 1 шаг. Так как **2** общий делитель чисел **30** и **36**, то запишем его справа.

2 шаг. Разделим числа **30** и **36** на число **2** и запишем результаты (**15** и **18**). Так как число **3** общий делитель чисел **15** и **18**, то запишем его справа.

3 шаг. Разделим числа **15** и **18** на **3** и запишем результаты: **5** и **6**. Так как **1** — единственный общий делитель чисел **5** и **6**, то закончим вычисления. Найдем произведение чисел слева: $2 \cdot 3 = 6$.

В результате получим: $\text{НОД}(30, 36) = 6$.

Пример 3. Найдите $\text{НОД}(m, n)$, если $m = 2^2 \cdot 3^3 \cdot 5 \cdot 11$ и $n = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5^2 \cdot 13$.

Решение. $\text{НОД}(m, n) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 4 \cdot 9 \cdot 5 = 180$.

Пример 4. Найдите $\text{НОД}(125, 25)$.

Решение. Число 125 кратно 25: $125 = 25 \cdot 5$.

Следовательно, $\text{НОД}(125, 25) = 25$.

Если $m > n$ делится на n , то $\text{НОД}(m, n) = n$.

Пример 5. Найдите $\text{НОД}(15, 46)$.

Решение. Разложим числа на простые множители:

15	3	
5	5	
1		

$$15 = 3 \cdot 5$$

46	2	
23	23	
1		

$$46 = 2 \cdot 23$$

У чисел 15 и 46 нет общих простых делителей. В таком случае единственным общим делителем 15 и 46 будет 1. Значит, $\text{НОД}(15, 46) = 1$.

Натуральные числа m и n , не имеющие общих делителей, кроме **1**, называются **взаимно простыми**. $\text{НОД}(m, n) = 1$.

Числа 20 и 21; 14 и 15 — *взаимно простые числа*. Поэтому $\text{НОД}(20, 21) = \text{НОД}(14, 15) = 1$.

Два последовательных натуральных числа всегда взаимно просты.

121. 1) Что вы имеете в виду, говоря об общем делителе двух чисел? О наибольшем общем делителе двух чисел? Как он обозначается?

2) Как найти общие делители двух чисел, если известен их наибольший общий делитель?

3) Какие числа называются взаимно простыми? Чему равен их НОД? Приведите примеры.

122. (Устно.) Найдите делители каждого числа, общий делитель и наибольший общий делитель чисел:

1) 4 и 16; 2) 6 и 15; 3) 4 и 10; 4) 8 и 18.

123. Найдите общие делители и наибольший общий делитель следующих чисел:

1) 65 и 195; 2) 36 и 78; 3) 18 и 48; 4) 84 и 112.

124. Составьте пять пар взаимно простых чисел из чисел 12, 17, 25 и 19.

125. Найдите наибольший общий делитель следующих чисел:

1) 54, 36 и 99; 3) 7, 15 и 38; 5) 324, 286 и 432;
2) 30, 50 и 70; 4) 56, 84 и 126; 6) 215, 435 и 600.

Образец: Найдите НОД (54, 81, 189).

Р е ш е н и е. Разложим числа на простые множители:

5	4	2
2	7	3
	9	3
	3	3
	1	

8	1	3
2	7	3
	9	3
	3	3
	1	

1	8	9	3
	6	3	3
	2	1	3
		7	7
		1	

$$54 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$81 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$$

$$189 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7$$

$$54 = 2 \cdot 3^3;$$

$$81 = 3^3 \cdot 3;$$

$$189 = 3^3 \cdot 7.$$

Следовательно, $\text{НОД} (54, 81, 189) = 3^3 = 27$. Ответ: 27.

126. Для каждого числа 8, 54, 63, 22 подберите такое, чтобы получилась пара взаимно простых чисел.

127. Верно ли, что $\text{НОД} (56, 224) = 112$? Как можно найти ошибку, не производя вычислений?

128. Найдите НОД (a , b), если:

1) $a = 2^2 \cdot 5^3 \cdot 17$; $b = 2 \cdot 5^2 \cdot 13$;

2) $a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$; $b = 2 \cdot 3 \cdot 5^3$;

3) $a = 5 \cdot 7 \cdot 11$; $b = 5^2 \cdot 7^2 \cdot 13$;

3) $a = 2 \cdot 3 \cdot 5^2 \cdot 7$; $b = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$.

129. Представьте числа: 1) 43; 2) 71 в виде суммы трех простых слагаемых.

Образец: $11 + 43 + 17 = \dots = 71$.

130. Какие их утверждений верны, а какие не верны?



1) Два составных числа не могут быть взаимно простыми.

2) Два составных числа могут быть взаимно простыми.

3) Два простых числа всегда взаимно простые.

4) Простое и составное числа не могут быть взаимно простыми.

131. Запишите все правильные дроби со знаменателем 15, числители и знаменатель которых будут взаимно простыми.

132. Запишите все неправильные дроби с числителем 20, числитель и знаменатели которых будут взаимно простыми.

133. Представьте числа 20; 38; 54; 49 и 100 в виде суммы нечетных чисел.

134. Найдите НОД для: 1) трехзначных; 2) четырехзначных чисел, составленных из одинаковых цифр.

135. Найдите:

1) НОД (35, 55, 45); 2) НОД (62, 74, 212).

136. Из ряда натуральных чисел от 20 до 30 включительно выпишите по отдельности взаимно простые числа.

137. Найдите наибольший общий делитель следующих чисел: 1) 50 и 60; 2) 21 и 84; 3) 225 и 50; 4) 93 и 85.

138. Сколько чисел, взаимно простых с числом 6, среди первых 30 натуральных чисел? С числом 7? С числом 29?

139. Выпишите все правильные дроби со знаменателем 18, числители и знаменатель которых взаимно простые.

Выпишем кратные чисел 36 и 48:

Кратные 36	36	72	108	144	180	216	252	288	...
Кратные 48	48	96	144	192	240	288	336	384	...

Среди этих чисел есть такие, которые встречаются в обоих строках: **144, 288, 432, ...**. Они являются общими кратными чисел **36** и **48**.

Число **144** является наименьшим среди всех общих кратных чисел 36 и 48. Мы назовем число **144** **наименьшим общим кратным** чисел 36 и 48.

Наименьшее из чисел, делящихся на заданные натуральные числа, называется наименьшим общим кратным (НОК) этих чисел.

Пример 1. Найдите НОК (30, 36).

Решение. 1 способ (разложение на простые множители)

30	2
15	3
5	5
1	



$$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$$

36	2
18	2
9	3
3	3
1	



$$36 = 2^2 \cdot 3^2$$

$$\text{НОК} (30, 36) = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5 = 180. \quad \text{О т в е т: } 180.$$

Из решенного примера можно сделать следующий вывод:

Для нахождения НОД (m , n) нужно:

1. Разложить числа m и n на простые множители.
2. Составить произведение наибольших степеней общих простых делителей чисел m и n и простых делителей, не являющихся общими.

3. Найти значение этого произведения.

Это значение и есть НОК (m , n) (m , n – натуральные числа).

1 способ.

1 шаг	2	30	36	
2 шаг	3	15	18	
3 шаг	↓ →	5	6	← Эти числа взаимно простые. Здесь надо остановиться и перемножить числа в самом левом столбце и в самой нижней строке.
НОД (30, 36) = 2 · 3 · 5 · 6 = 180				

Пример 2. Найдите НОК (15, 12).

Решение. 1 способ. Разложим числа 15 и 12 на простые множители:

$$15 = 3 \cdot 5 \quad \text{и} \quad 12 = 2 \cdot 2 \cdot 3.$$

Запишем произведение всех множителей числа **15** (это легко, так как, $15 > 12$) и дополним это произведение *множителем* $2 \cdot 2$, которого нет у числа 15 или запишем произведение всех множителей числа 12. Дополним это произведение *множителем* **5**, сделаем следующий вывод:

$$\text{НОК}(15, 12) = \underbrace{3 \cdot 5}_{15} \cdot 2 \cdot 2 = 60 \quad \text{или} \quad \text{НОК}(15, 12) = \underbrace{2 \cdot 2 \cdot 3}_{12} \cdot 5 = 60.$$

2 способ. НОК (15, 12) можно найти также следующим способом:

1) найдем произведение чисел 15 и 12 :

$$15 \cdot 12 = 180.$$

2) Найдем НОД (15, 12); НОД (15, 12) = 3.

3) $180 : 3 = 60$.

Ответ: НОД (15, 12) = 60.

2 способ в общем виде можно записать так:

$$\text{НОК}(m, n) = m \cdot n : \text{НОД}(m, n),$$

$$\text{НОК}(m, n) \cdot \text{НОД}(m, n) = m \cdot n.$$

3 способ. Найдите НОК(20, 33).

$20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$ и $33 = 3 \cdot 11$ — взаимно простые числа. У них нет общих простых делителей. Тогда,

$$\text{НОК}(20, 33) = 20 \cdot 33 = 660.$$

Наименьшее общее кратное взаимно простых чисел равно произведению этих чисел.

4 способ. Найдите НОК (240, 60) .

Р е ш е н и е. $240 = 4 \cdot 60$, то есть число 240 делится на 60. Тогда ясно, что $\text{НОК} (240, 60) = 240$.

Если одно из чисел делится на другое, то **наименьшим общим кратным** будет наибольшее из этих чисел.

140. 1) Что такое общее кратное двух чисел? Что такое **?** наименьшее общее кратное? Как оно обозначается?

2) Чему равно НОК двух взаимно простых чисел?

3) В каком случае одно из двух чисел является их НОК?

141. (Устно.) Найдите для следующих чисел по четыре общих кратных и наименьшее общее кратное:

1) 2 и 6; 2) 3 и 5; 3) 6 и 8; 4) 18 и 9.

142. Длина шага Мамуры равна 54 см, а Манзуры 63 см. На каком наименьшем расстоянии их следы совпадут?

143. Выпишите по три числа, для которых наименьшее общее кратное равно: 1) 10; 2) 15; 3) 26; 4) 60.

144. Абдурахман, Манзура и Мамура встретились в библиотеке. Из их беседы стало ясно, что Абдурахман ходит в библиотеку каждые 3 дня, Мамура каждые 5 дней, а Манзура каждые 7 дней. Когда произойдет их следующая встреча?

145. Заполните таблицу и сделайте вывод:

a	18	45	52	200	312	400
b	27	48	55	80	224	400
$\text{НОД} (a, b)$	9					
$\text{НОК} (a, b)$	54					
$a \cdot b$	486					
$\text{НОД} (a, b) \cdot \text{НОК}(a, b)$	486					

146. Определите закон построения ряда чисел, найдите следующие три числа:

1) 90, 180, 270, 360, ...; 2) 75, 150, 225, 300, ...

Можно ли, используя эти ряды чисел найти НОК (90, 75)?

147. Во сколько раз надо увеличить k , чтобы получить наименьшее общее кратное чисел k и b , если:

1) $k = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $b = 2 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 11$;

2) $k = 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$, $b = 3 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11$?

148. Найдите натуральные числа a и b , не делящиеся друг на друга, если НОК $(a, b) = 432$, НОД $(a, b) = 72$.

149. Найдите два простых числа, сумма и произведение которых простое число.

150. Сколько простых делителей у числа 32?

151. Найдите НОК знаменателей дробей:

1) $\frac{8}{9}$ и $\frac{7}{6}$; 2) $\frac{11}{12}$ и $\frac{4}{15}$; 3) $\frac{9}{20}$ и $\frac{16}{25}$.

152. Разложите на простые множители числа:

1) 777; 2) 2 448; 3) 612; 4) 9 999.

153. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

1) 25 и 225; 2) 96 и 256; 3) 32 и 48.

154. Найдите наименьшее общее кратное следующих чисел:

1) 7 и 19; | 2) 52 и 39; | 3) 12 и 35; | 4) 210 и 35.

155. Найдите наименьшее общее кратное чисел:

1) $a = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 11$; $b = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 17$;

2) $a = 3 \cdot 7 \cdot 11$; $b = 3^2 \cdot 7 \cdot 11$.

156. Найдите наименьшее общее кратное следующих чисел: 1) 45, 90, 180; 2) 25, 75, 100; 3) 30, 45, 225.



Полезные знания!

Можете ли вы представить себе миллиард?

Чтобы прошло **миллиард** секунд нужно ждать ровно **32 года**.

Толщина книги в **1 миллиард** страниц будет более **40 км**.

1 000 000 000

Изучаем английский язык!



Нечетное число — odd number

Четное число — even number

Делитель — dividend

Делимое — divisor

Частное — quotient

Кратное — multiple

Простое число — prime number

Составное число — composite number

НОД — Greatest Common Divisor (GCD)

НОК — Least Common Multiple (LCM)

ТЕСТ 1

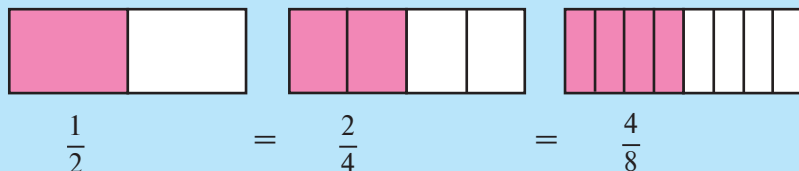
Проверьте себя!

1. Сколько простых чисел среди данных чисел: 1; 2; 3; 15; 17; 23; 49; 64; 121; 304; 324; 1 001?
A) 3; B) 4; C) 5; D) 7.
2. Сколько делителей у числа 72?
A) 10; B) 9; C) 11; D) 12.
3. Сколько общих делителей у чисел 6 и 16?
A) 4; B) 3; C) 2; D) 5.
4. Найдите сумму простых делителей числа 42.
A) 12; B) 5; C) 10; D) 9.
5. На которое из данных чисел делится без остатка число 1 782 753?
A) 3; B) 10; C) 5; D) 9.
6. Которая из пар чисел состоит из взаимно простых чисел?
A) (6; 8); B) (9; 25); C) (12; 15); D) все.
7. Найдите НОД (168, 234, 60).
A) 168; B) 231; C) 60; D) 6.
8. Найдите наименьшее общее кратное чисел 8 и 10.
A) 8; B) 10; C) 40; D) 18.
9. Пусть a и b — любые натуральные числа. На которое из данных ниже чисел выражение $2a + 8b$ делится без остатка?
A) 2; B) 4; C) 3; D) 10.
10. Найдите натуральные числа a и b , не делящиеся друг на друга, если $\text{НОК}(a, b) = 360$, $\text{НОД}(a, b) = 20$.
A) 40; 80; B) 18; 20; C) 40; 20; D) 40; 180.

ГЛАВА II. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

19–20

Основные свойства дробей



Поясните, почему равны окрашенные доли фигур.



На рисунке одинаковые четырехугольники поделены на две, четыре и восемь равных частей. Дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ выражают половину равных прямоугольников: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

Покажем верность равенства $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$. Если умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{1}{2}$ на 2, то докажем равенство: $\frac{1}{2} = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 2} = \frac{2}{4}$. (1)

Также из дроби $\frac{2}{4}$ можно получить равную ей дробь, для этого умножим числитель и знаменатель дроби $\frac{2}{4}$ на 2, то есть: $\frac{2}{4} = \frac{2 \cdot 2}{4 \cdot 2} = \frac{4}{8}$ (2). Из (1) и (2) следует: $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{4}{8}$.

$\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$ и $\frac{4}{8}$ это различные записи **одной и той же дроби**

Если числитель и знаменатель дроби умножить на одно и то же натуральное число, то значение дроби не изменится, то есть данная дробь равна полученной.

Это свойство называется **основным свойством дроби**. В общем случае это свойство можно записать так:

$$\frac{k}{n} = \frac{k \cdot m}{n \cdot m}, \quad \text{где } k, n, m - \text{натуральные числа.}$$

157. 1) Изменится ли значение дроби, если ее числитель и знаменатель умножить на натуральное число?

2) Что означает основное свойство дроби? Приведите примеры.

158. Пользуясь основным свойством дроби, напишите по три дроби, равные данным:

1) $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{9}{11}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) $\frac{8}{7}$; 5) $\frac{4}{4}$.

159. Объясните верность равенств:

1) $\frac{1}{4} = \frac{4}{16}$; 2) $\frac{3}{7} = \frac{15}{35}$; 3) $\frac{5}{9} = \frac{15}{27}$; 4) $\frac{1}{10} = \frac{5}{50}$.

160. Среди следующих дробей найдите равные:

1) $\frac{33}{42}$, $\frac{5}{10}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{11}{14}$, $\frac{10}{20}$; 2) $\frac{81}{99}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{99}{121}$, $\frac{20}{16}$.

161. На какое число умножен числитель и знаменатель дроби:

1) $\frac{1}{8} = \frac{3}{24}$; 2) $\frac{4}{5} = \frac{28}{35}$; 3) $\frac{1}{2} = \frac{8}{16}$; 4) $\frac{7}{8} = \frac{49}{56}$?

162. Замените дробь дробью со знаменателем, равным 24:

$\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{5}{12}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{11}{12}$.

163. Разделите прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см на 6 равных частей. Закрасьте $\frac{5}{6}$ ее частей. Используя

чертеж, покажите, что $\frac{5}{6} = \frac{10}{12} = \frac{20}{24}$.

164. Запишите дробь $\frac{2}{7}$ в виде дроби со знаменателем: 14; 21; 35; 42; 63; 70; 84; 77; 98.

165. Запишите четыре дроби, равные дроби $\frac{5}{7}$.

166. Запишите четыре дроби, равные дроби $\frac{4}{9}$, с числителями и знаменателями, большими числителя и знаменателя данной дроби.

167. Сколько долей $\frac{1}{18}$ содержится в числе: $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{9}$?

168. Объясните верность равенств:

1) $\frac{7}{9}$ и $\frac{21}{27}$; 2) $\frac{5}{28}$ и $\frac{25}{140}$; 3) $\frac{1}{5}$ и $\frac{13}{65}$; 4) $\frac{9}{11}$ и $\frac{36}{44}$.

169. Решите уравнение: 1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{x+7}$; 2) $\frac{5}{9} = \frac{x-3}{27}$; 3) $\frac{x+1}{24} = \frac{5}{8}$.

О б р а з е ц: $\frac{8/x+1}{7} = \frac{24}{56} \Rightarrow 8(x+1) = 24 \Rightarrow x+1 = 3 \Rightarrow x = 2$
или так: $56 : 7 = 8$, $24 : 8 = 3$, $x + 1 = 3$, $x = 2$.

170. Дополните запись: $\frac{4}{5} = \frac{*}{10} = \frac{*}{15} = \frac{*}{20} = \frac{*}{25} = \frac{*}{30} = \frac{*}{35} = \frac{*}{40}$.

171. Найдите дроби $\frac{3}{14}$, $\frac{9}{7}$, $\frac{9}{15}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{13}{28}$, которые приводятся к дробям со знаменателем 56.

Образец: $\frac{7}{4} = \frac{7 \cdot 14}{4 \cdot 14} = \frac{98}{56}$ или $\frac{14/7}{4} = \frac{98}{56}$.

172. Задача для исследования. Верно ли утверждение «Если сумма $a + b$ делится на 7, то число вида $\overline{aba}$ также делится на 7»? Обоснуйте свой ответ. Если утверждение верно, то найдите все решения.

Указание. Воспользуйтесь равенством

$$a + b = 1 + 6 = 2 + 5 = \dots$$

173. Пусть m некоторое число. Существует хотя бы одна неправильная дробь с числителем m ? Чему равно m ?

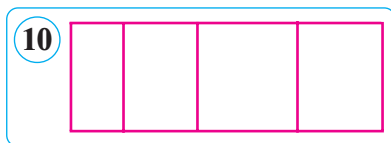
174. Какой цифрой может оканчиваться многозначное простое число?

А) 1 или 3, или 5, или 7, или 9;

В) 1 или 3, или 7, или 9;

С) любой.

175. Сколько прямоугольников изображено на рисунке 10?



176. Представьте дробь: 1) $\frac{4}{3}$ в виде дроби со знаменателем

15; 2) $\frac{16}{25}$ в виде дроби со знаменателем 200.

177. Сколько $\frac{1}{16}$ долей содержится в числе: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$?

178. Решите уравнение: 1) $\frac{1}{6} = \frac{x}{36}$; 2) $\frac{3}{14} = \frac{12}{x}$; 3) $\frac{5}{x} = \frac{55}{66}$.

179. Замените дроби $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{7}{9}$, $\frac{5}{18}$ и $\frac{7}{18}$ дробями со знаменателем 36.

180. Дополните запись: $\frac{1}{4} = \frac{*}{8} = \frac{*}{12} = \frac{*}{16} = \frac{*}{20} = \frac{*}{24} = \frac{*}{28} = \frac{*}{32}$.

181. Объясните равенство дробей:

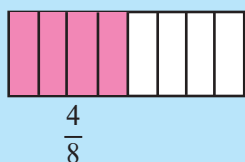
1) $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$; 2) $\frac{6}{7} = \frac{18}{21}$; 3) $\frac{8}{9} = \frac{24}{27}$; 4) $\frac{10}{11} = \frac{30}{33}$.

182. Запишите четыре дроби, равные: 1) $\frac{5}{16}$; 2) $\frac{2}{15}$, со знаменателями большими знаменателя данной дроби.

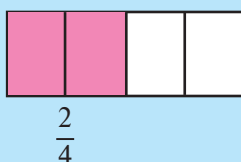
183. Найдите среди дробей $\frac{5}{4}$, $\frac{6}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{7}{6}$ те, которые можно записать в виде дроби со знаменателем 24.

21–23

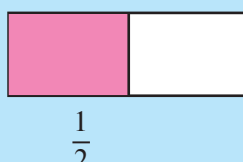
Сокращение дробей



=



=



Попробуйте объяснить равенство $\frac{4}{8} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$.



В формуле, выражающей *основное свойство дроби* $\frac{k}{n} = \frac{k \cdot m}{n \cdot m}$ k , n , m — натуральные числа. Поменяем в этой формуле правую и левую части. Получим следующую формулу :

$$\frac{k \cdot m}{n \cdot m} = \frac{k}{n}, \text{ где } k, n, m — \text{натуральные числа.}$$

Следовательно, если разделить на общий множитель числителя $k \cdot m$ и знаменателя $n \cdot m$ первой дроби, то значение дроби не изменится, получается равная первоначальной дроби.

Пример 1. $\frac{25}{15} = \frac{25:5}{15:5} = \frac{5}{3}$, здесь дробь сократили на 5.

Пример 2. $\frac{6}{10} = \frac{6:2}{10:2} = \frac{3}{5}$, здесь дробь сократили на 2.

Деление числителя и знаменателя дроби на общий множитель, отличный от 1, называется **сокращением дроби**.

Основное свойство дроби можно сформулировать по-другому.

Если числитель и знаменатель дроби разделить на одно и то же натуральное число, то значение дроби не изменится.

После сокращения дроби получается равная ей дробь с меньшим знаменателем.

Нельзя сократить любую дробь. Например, дробь $\frac{8}{9}$ сократить нельзя, так как числитель 8 и знаменатель 9 не имеют общего делителя, отличного от единицы.

Чтобы получить из данной дроби несократимую:

1 шаг. Находят НОД числителя и знаменателя дроби.

2 шаг. Делят числитель и знаменатель дроби на НОД.

Рассмотрим два способа сокращения дроби.

1 способ. Делим числитель и знаменатель дроби на наибольший общий делитель, то есть способ *полного (одновременного) сокращения дроби*.

Пример 3. Сократите дробь $\frac{384}{512}$.

Решение. 1 шаг. Находим НОД (384, 512).

$384 = 2^7 \cdot 3$, $512 = 2^9$, итак, $\text{НОД}(384, 512) = 2^7 = 128$.

2 шаг. $\frac{384}{512} = \frac{384:128}{512:128} = \frac{3}{4}$. Сокращаем числитель и знаменатель дроби на 128.

Обычно действие сокращения числителя и знаменателя дроби на одно и то же натуральное число не показывают, и полученную дробь записывают после знака равенства:

$$\frac{384}{512} = \frac{3}{4} \text{ или } \frac{\overset{3}{\cancel{384}}}{\cancel{512}_4} = \frac{3}{4}. \quad \text{О т в е т: } \frac{3}{4}.$$

2 способ. Делим числитель и знаменатель дроби на делители до получения несократимой дроби, то есть способ *последовательного сокращения дроби*.

Пример 4. Сократите дробь $\frac{72}{96}$.

Решение. $\frac{72}{96} = \frac{36}{48} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$ (сократите сначала на 2, затем на 4, после этого на 3). **О т в е т:** $\frac{3}{4}$.

184.1) Что понимают под сокращением дроби?

2) Какая дробь является несократимой?

 Приведите примеры.

3) Какую дробь можно сократить?

185. Сократите дроби. Затем найдите их значения:

1) $\frac{3 \cdot 5}{8 \cdot 3}$; 2) $\frac{7 \cdot 2}{2 \cdot 15}$; 3) $\frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 11}$; 4) $\frac{4 \cdot 9}{4 \cdot 11}$; 5) $\frac{21 \cdot 8}{4 \cdot 70}$.

186. Разделите числитель и знаменатель дроби $\frac{6}{12}$, $\frac{24}{18}$, $\frac{18}{24}$, $\frac{30}{36}$, $\frac{60}{120}$, $\frac{96}{108}$, $\frac{54}{78}$, $\frac{66}{42}$ на 6. Запишите полученные равенства.

187. Разделите числитель и знаменатель каждой дроби на их НОД:

$\frac{5}{10}$, $\frac{10}{100}$, $\frac{15}{55}$, $\frac{34}{38}$, $\frac{32}{40}$, $\frac{33}{110}$, $\frac{102}{180}$, $\frac{28}{70}$.

188. Уменьшите числитель и знаменатель дроби в 7 раз:

1) $\frac{7}{14}$; 2) $\frac{14}{21}$; 3) $\frac{35}{28}$; 4) $\frac{77}{84}$; 5) $\frac{63}{49}$; 6) $\frac{98}{70}$.

189. Приведите данные дроби к равным им несократимым дробям:

1) $\frac{24}{63}$; 2) $\frac{33}{99}$; 3) $\frac{98}{490}$; 4) $\frac{18}{48}$; 5) $\frac{66}{45}$; 6) $\frac{303}{505}$.

190. Запишите 4 дроби, равные дробям: 1) $\frac{24}{30}$; 2) $\frac{12}{60}$, числители и знаменатели которых меньше числителей и знаменателей данных дробей.

191. Запишите в виде обыкновенных дробей и, если можно, сократите: 0,6; 0,9; 0,07; 0,08; 0,25; 0,36; 0,75; 0,125.

192. Выделите среди дробей сократимые и сократите их:

$\frac{10}{40}$, $\frac{9}{20}$, $\frac{72}{90}$, $\frac{17}{5}$, $\frac{177}{177}$, $\frac{12}{30}$, $\frac{42}{56}$, $\frac{85}{102}$, $\frac{180}{210}$, $\frac{525}{105}$.

О б р а з е ц: $\frac{24}{30} = \frac{4}{5}$.

193. Из следующих дробей выпишите несократимые:

$\frac{7}{9}$, $\frac{10}{8}$, $\frac{18}{22}$, $\frac{22}{39}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{29}{45}$.

194. Сократите дроби и выделите их целые части:

$\frac{40}{16}$, $\frac{72}{60}$, $\frac{1080}{18}$, $\frac{168}{96}$, $\frac{236}{40}$, $\frac{488}{80}$, $\frac{140}{60}$, $\frac{144}{64}$, $\frac{150}{45}$.

Верно!

$$\frac{5+3}{18} = \frac{8^4}{9 \cancel{18}} = \frac{4}{9}$$



Неверно!

$$\frac{5+3^1}{6 \cancel{18}} = \frac{5+1}{6} = \frac{6}{6} = 1$$

195. При каких натуральных значениях n дробь $\frac{24}{n}$ будет натуральным числом?

196. При каких натуральных значениях n дробь $\frac{12}{n}$ будет:

- 1) натуральным числом; 2) сократимой дробью;
3) несократимой дробью?

197. 1) Какую часть метра составляет: 25 см; 50 см; 90 см?

2) Какую часть килограмма составляет: 60 г; 200 г; 750 г?

Ответ приведите к несократимой дроби.

198. Найдите числовое значение выражения:

1) $\frac{8+12}{24}$; 2) $\frac{51}{84-16}$; 3) $\frac{45-15}{3 \cdot 13 + 6}$.

О б р а з е ц: $\frac{12 \cdot 5 - 3 \cdot 12}{6 \cdot 7 + 2 \cdot 6} = \frac{2 \cdot \cancel{12} \cdot (5-3)}{\cancel{1} \cdot \cancel{6} \cdot (7+2)} = \frac{4}{9}$. О т в е т: $\frac{4}{9}$.

199. (Практическая работа.) Придумайте дробь, которую можно сократить. Запишите ее на лист бумаги и попросите своего соседа по парте найти равную ей несократимую дробь. Проверьте выполненное задание. Не задавайте легкий пример, чтобы было интереснее!

200. Делимое больше делителя в 6 раз, а делитель больше частного в 6 раз. Чему равны делимое, делитель и частное?

201. Какое из слов лишнее: семнадцать, три, сорок и два?

202. Найдите дробь, числитель которой равен 48, знаменатель равен НОД(216, 360) и сократите ее.

203. Сократите дробь и найдите ее значение:

1) $\frac{4 \cdot 5}{7 \cdot 4}$; 2) $\frac{6 \cdot 2}{11 \cdot 2}$; 3) $\frac{9 \cdot 5}{18 \cdot 9}$; 4) $\frac{8 \cdot 15}{17 \cdot 15}$; 5) $\frac{21 \cdot 10}{23 \cdot 10}$.

204. Разделите числитель и знаменатель дроби на 3.

Запишите получившиеся равенства:

$\frac{3}{6}$, $\frac{6}{12}$, $\frac{12}{15}$, $\frac{15}{18}$, $\frac{18}{21}$, $\frac{12}{24}$, $\frac{45}{60}$, $\frac{63}{96}$, $\frac{105}{120}$.

205. Числитель и знаменатель дроби разделите на их НОД:

$\frac{15}{20}$, $\frac{24}{40}$, $\frac{25}{50}$, $\frac{45}{75}$, $\frac{80}{100}$, $\frac{48}{120}$, $\frac{100}{150}$, $\frac{84}{210}$, $\frac{152}{180}$.

206. Найдите дробь, числитель которой равен 36, знаменатель равен НОД(144, 240) и сократите ее.

207. При каких значениях n значение дроби $\frac{6}{n}$ будет:

1) натуральным числом; 2) сократимой дробью; 3) несократимой дробью?

208. Сократите дроби: $\frac{10}{20}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{180}{120}$, $\frac{101}{303}$, $\frac{125}{725}$, $\frac{84}{105}$, $\frac{25}{45}$, $\frac{34}{85}$.

209. Сократите дроби и выделите их целые части:

$\frac{40}{32}$, $\frac{75}{50}$, $\frac{90}{36}$, $\frac{100}{48}$, $\frac{125}{100}$, $\frac{124}{120}$, $\frac{85}{68}$, $\frac{192}{144}$, $\frac{150}{45}$.

ТЕСТ 2

Проверьте себя!

1. Найдите x из следующего уравнения $\frac{9}{12} = \frac{x}{4}$.

A) 3; B) 9; C) 2; D) невозможно найти.

2. Сократите данную дробь $\frac{1305}{2115}$.

A) $\frac{130}{211}$; B) $\frac{261}{423}$; C) $\frac{29}{47}$; D) $\frac{145}{235}$.

3. Сократите дробь $\frac{8 \cdot 9 \cdot 30}{18 \cdot 27 \cdot 10}$ и найдите ее значение:

A) $\frac{4}{9}$; B) $\frac{8 \cdot 9 \cdot 3}{18 \cdot 27}$; C) $\frac{8 \cdot 3}{18 \cdot 31}$; D) $\frac{8 \cdot 30}{18 \cdot 27}$.

4. Найдите дробь, числитель которой равен 24, знаменатель равен НОД (84, 120) и сократите ее.

A) $\frac{6}{24}$; $\frac{1}{4}$ B) $\frac{12}{24}$; $\frac{1}{2}$ C) $\frac{3}{24}$; $\frac{1}{8}$ D) $\frac{2}{24}$; $\frac{1}{12}$.

5. Пусть НОД (k , n) = 11. Найдите k и n из равенства $\frac{k}{n} = \frac{8}{9}$.

A) $k = 86$, $n = 96$; C) $k = 88$, $n = 99$;
B) $k = 80$, $n = 90$; D) $k = 87$, $n = 97$.

6. Найдите НОД (135, 90, 405).

A) 9; B) 5; C) 15; D) 45.

7. Найдите НОК (225, 45, 270).

A) 1 350; B) 2 250; C) 2 700; D) 4 500.

8. Найдите НОД (m , n), если НОК (m , n) = 120 и $m \cdot n = 360$.

A) 15; B) 5; C) 3; D) 6.



$$\frac{1}{3}$$



$$\frac{1}{6}$$



$$\frac{1}{2}$$



Выразите
дробь в
одинаковых
долях?

Используя основное свойство дробей, дроби с разными знаменателями можно заменить дробями с равными знаменателями. В этом случае говорят, что дроби с разными знаменателями привели к **общему знаменателю**.

Пример 1. Приведите дроби к общему знаменателю $\frac{14}{15}$ и $\frac{11}{12}$.

Общий знаменатель этих дробей должен делиться и на 15, и на 12, то есть кратным чисел 15 и 12. Таких чисел бесконечно много: 60, 120, 180, ... Но новый (общий) знаменатель наименьший из них, поэтому выбираем НОК знаменателей этих дробей, число 60. Затем находим *дополнительные множители*, чтобы каждую дробь представить как дробь со знаменателем 60. Для этого новый знаменатель разделим на знаменатель каждой дроби: $60 : 15 = 4$; $60 : 12 = 5$. Получаем число 4, которое является *дополнительным множителем* дроби $\frac{14}{15}$, а число 5 дроби $\frac{11}{12}$. Записываем дополнительные множители слева над соответствующими числителями дробей и умножаем их на числители:

$$\frac{4 \cdot 14}{15} = \frac{14 \cdot 4}{15 \cdot 4} = \frac{56}{60} \quad \text{и} \quad \frac{5 \cdot 11}{12} = \frac{11 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{55}{60}. \quad \text{О т в е т: } \frac{56}{60}, \frac{55}{60}.$$

Таким образом, мы привели данные дроби к общему знаменателю.

Привести дроби к общему знаменателю, значит записать их как дроби с одинаковыми знаменателями.

Общий знаменатель данных дробей это **наименьшее число**, на которое делится знаменатель каждой дроби, то есть **НОК** знаменателей этих дробей.

Для того чтобы привести дроби к наименьшему общему знаменателю нужно:

1. Сократить, если это возможно, дроби и найти НОК их знаменателей.
2. Найденный наименьший общий знаменатель разделить на знаменатель каждой дроби и найти дополнительные множители для каждой из них.
3. Числитель каждой дроби умножить на соответствующий дополнительный множитель.

Пример 2. Приведите дроби $\frac{29}{100}$ и $\frac{4}{25}$ к общему знаменателю:

Р е ш е н и е. Знаменатель первой дроби делится на знаменатель второй: $100 : 25 = 4$. В этом случае больший знаменатель и будет наименьшим общим знаменателем. Дополнительный множитель для второй дроби равен 4.

О т в е т: $\frac{29}{100}, \frac{16}{100}$.

Пример 3. Приведите дроби $\frac{3}{8}$ и $\frac{4}{5}$ к общему знаменателю.

Знаменатели дробей — взаимно простые числа. Тогда их общий знаменатель равен произведению знаменателей: $8 \cdot 5 = 40$.

Итак, $\frac{5/3}{8} = \frac{15}{40}$; $\frac{8/4}{5} = \frac{32}{40}$. **О т в е т:** $\frac{15}{40}, \frac{32}{40}$.

210. 1) Что значит привести дроби к общему знаменателю?

? **2)** Чему равен общий знаменатель, если один из знаменателей кратен всем остальным? **3)** Чему равен общий знаменатель, если знаменатели взаимно просты?

211. (Устно.) Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{4}$; | 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{3}{12}$; | 3) $\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{5}$; | 4) $\frac{4}{9}$ и $\frac{8}{27}$.

212. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{7}{10}$ и $\frac{3}{20}$; | 2) $\frac{4}{35}$ и $\frac{2}{5}$; | 3) $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{12}$; | 4) $\frac{11}{45}$ и $\frac{2}{15}$.

213. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{10}$ и $\frac{2}{3}$; | 2) $\frac{4}{5}$ и $\frac{4}{9}$; | 3) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{7}$; | 4) $\frac{5}{8}$ и $\frac{7}{11}$.

214. Выразите в одинаковых долях:

1) $\frac{4}{25}$ и $\frac{9}{10}$; | 2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{9}$; | 3) $\frac{3}{20}$ и $\frac{2}{15}$; | 4) $\frac{3}{4}$ и $\frac{9}{10}$.

215. Сократите дроби и приведите их к общему знаменателю:

1) $\frac{3}{9}$ и $\frac{15}{25}$; | 2) $\frac{4}{6}$ и $\frac{6}{8}$; | 3) $\frac{2}{4}$ и $\frac{6}{9}$; | 4) $\frac{21}{98}$ и $\frac{20}{84}$.

216. Приведите дроби к знаменателю 48: $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{11}{12}$, $\frac{13}{16}$, $\frac{23}{24}$.

217. Из дробей составьте пары с равными знаменателями:
 $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{14}{21}$, $\frac{25}{35}$, $\frac{6}{16}$.

218. Сократите дроби так, чтобы каждая пара имела равные знаменатели:

1) $\frac{5}{7}$ и $\frac{8}{14}$; | 2) $\frac{6}{8}$ и $\frac{16}{32}$; | 3) $\frac{8}{24}$ и $\frac{6}{18}$; | 4) $\frac{8}{28}$ и $\frac{15}{35}$.

219. Сократите дроби и приведите их к общему знаменателю:

1) $\frac{12}{108}$ и $\frac{70}{180}$; | 2) $\frac{14}{35}$ и $\frac{20}{45}$; | 3) $\frac{8}{64}$ и $\frac{175}{280}$; | 4) $\frac{14}{21}$ и $\frac{36}{96}$.

220. Ответ представьте в виде несократимой дроби:

- 1) Какую часть метра составляет: 60 см; 75 см?
2) Какую часть килограмма составляет: 250 г; 800 г?

221. Представьте дроби в виде несократимых, затем приведите их к общему знаменателю и запишите по порядку:

1) $\frac{2}{7}$, $\frac{26}{35}$, $\frac{72}{81}$, $\frac{18}{48}$, $\frac{5}{49}$; 2) $\frac{14}{21}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{11}{21}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{6}{35}$.

222. Выразите дроби в одинаковых долях:

1) $\frac{7}{52}$ и $\frac{11}{260}$; | 2) $\frac{9}{80}$, $\frac{19}{360}$ и $\frac{1}{30}$; | 3) $\frac{2}{9}$, $\frac{17}{24}$, $\frac{5}{16}$ и $\frac{5}{6}$.

223. Сколько дробей со знаменателем 30 находится между $\frac{2}{3}$ и $\frac{5}{6}$?

224. Сократите дроби:

$\frac{12}{20}$, $\frac{14}{16}$, $\frac{28}{35}$, $\frac{49}{70}$, $\frac{32}{64}$, $\frac{33}{132}$, $\frac{26}{169}$, $\frac{22}{176}$, $\frac{45}{150}$.

Найдите ошибку при сокращении дроби:

$$\frac{132}{180} = \frac{66}{90} = \frac{33}{30} = \frac{11}{10}$$



6,25 – 1,25 = 6,25 : 1,25!
Вот это здорово!!!
Если хочешь, проверь!

- 225.** Известно, что существуют две правильные дроби со знаменателем n . Какие значения может принимать буква n ?
- 226.** Мамура потратила на решение задачи $\frac{1}{5}$ часа, а Манзура $\frac{2}{9}$ часа. Кто из них решил задачу быстрее?
- 227.** (Практическая работа.) Придумайте две дроби и предложите соседу по парте сравнить их. Проверьте, как выполнил задание ваш товарищ.

Приведите дроби к общему знаменателю: (228–229):

228. 1) $\frac{3}{8}$ и $\frac{15}{16}$; | 2) $\frac{19}{80}$ и $\frac{13}{16}$; | 3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{41}{81}$; | 4) $\frac{11}{75}$ и $\frac{14}{15}$.

229. 1) $\frac{1}{8}$ и $\frac{1}{10}$; | 2) $\frac{6}{25}$ и $\frac{7}{40}$; | 3) $\frac{5}{16}$ и $\frac{1}{12}$; | 4) $\frac{1}{24}$ и $\frac{5}{18}$.

230. Выразите дроби в одинаковых долях:

1) $\frac{3}{25}$ и $\frac{17}{300}$; 2) $\frac{5}{12}$, $\frac{1}{20}$ и $\frac{17}{60}$; 3) $\frac{11}{30}$, $\frac{19}{180}$ и $\frac{1}{15}$.

231. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{7}{8}$ и $\frac{1}{14}$; | 2) $\frac{3}{8}$ и $\frac{1}{10}$; | 3) $\frac{7}{12}$ и $\frac{8}{9}$; | 4) $\frac{3}{10}$ и $\frac{5}{6}$.

232. Представьте дроби в виде несократимых, приведите их к общему знаменателю и запишите в порядке возрастания:

1) $\frac{4}{15}$, $\frac{6}{8}$, $\frac{27}{54}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{7}$; 2) $\frac{3}{20}$, $\frac{15}{75}$, $\frac{7}{80}$, $\frac{12}{36}$, $\frac{13}{40}$.

233. Сколько дробей со знаменателем 84 между $\frac{1}{12}$ и $\frac{5}{14}$?

234. Упростите дроби: $\frac{27}{36}$, $\frac{40}{45}$, $\frac{14}{28}$, $\frac{21}{35}$, $\frac{13}{91}$, $\frac{35}{98}$, $\frac{37}{111}$, $\frac{14}{196}$.

235. Приведите дроби к общему знаменателю:

1) $\frac{14}{15}$ и $\frac{31}{45}$; | 2) $\frac{7}{12}$ и $\frac{5}{18}$; | 3) $\frac{17}{40}$ и $\frac{3}{16}$; | 4) $\frac{71}{72}$ и $\frac{83}{90}$.



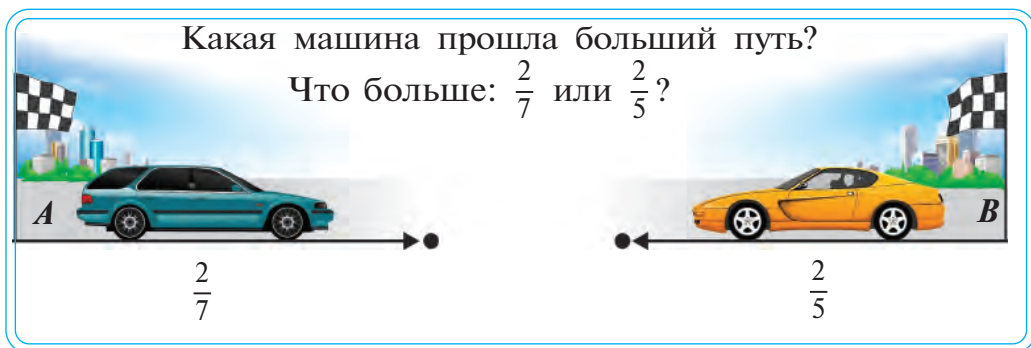
Знание полезно!

Берегите время!

Оказывается, **70** — летний человек тратит **23** года своей жизни на сон, **18** лет — на разговоры и **6** лет — на еду. Поэтому оставшиеся годы тратьте на приобретение знаний!

Ибо, знания — вечность!

27–28 Сравнение дробей с разными знаменателями



Из 5 класса вы знаете, как сравнивать дроби с одинаковыми знаменателями или числителями.

Например, $\frac{4}{8} > \frac{2}{8}$, так как $4 > 2$ или $\frac{3}{10} < \frac{7}{10}$, так как $3 < 7$.

Например, $\frac{6}{7} > \frac{6}{11}$, так как $7 < 11$ или $\frac{3}{8} < \frac{3}{7}$, так как $8 > 7$.

Вообще, если $m < n$, то $\frac{k}{m} > \frac{k}{n}$.

Чтобы сравнить дроби с разными знаменателями, нужно привести их к общему знаменателю.

Например, сравним дроби $\frac{3}{10}$ и $\frac{4}{15}$. НОК (10; 15) = 30, следовательно, 30 — общий знаменатель этих дробей, а дополнительные множители равны: $30 : 10 = 3$ и $30 : 15 = 2$.

В этом случае $\frac{3}{10} = \frac{9}{30}$ и $\frac{4}{15} = \frac{8}{30}$. Отсюда, $\frac{9}{30} > \frac{8}{30}$, то есть, $\frac{3}{10} > \frac{4}{15}$.

Дроби $\frac{k}{l}$ и $\frac{m}{n}$ сравнивают следующим образом:

1) если $kn > ml$, то $\frac{k}{l} > \frac{m}{n}$; где k , l , m и n — натуральные числа;

2) если $kn < ml$, то $\frac{k}{l} < \frac{m}{n}$; где k , l , m и n — натуральные числа.

Примеры. 1) $\frac{5}{6} > \frac{7}{9}$, так как $5 \cdot 9 > 6 \cdot 7$, т. е. $54 > 42$;

2) $\frac{5}{8} = \frac{10}{16}$, так как $5 \cdot 16 = 8 \cdot 10$, т. е. $80 = 80$;

3) $\frac{10}{7} < \frac{9}{6}$, так как $10 \cdot 6 < 7 \cdot 9$, т. е. $60 < 63$.

Вместо сравнения правильных дробей легче сравнивать **«дроби, дополняющие их до единицы»**.

Сравним дроби $\frac{13}{14}$ и $\frac{14}{15}$. $\frac{13}{14}$. Так как $1 - \frac{13}{14} = \frac{14}{14} - \frac{13}{14} = \frac{1}{14}$, то $\frac{1}{14}$ дополняет до единицы дробь $\frac{13}{14}$, так как $1 - \frac{14}{15} = \frac{15}{15} - \frac{14}{15} = \frac{1}{15}$. Отсюда $\frac{1}{14} > \frac{1}{15}$, поэтому, $\frac{13}{14} < \frac{14}{15}$.

Из двух дробей, дополняющих до единицы данные дроби, больше та, дополнение которой меньше, и, наоборот, меньше та, дополнение которой больше.

В некоторых случаях сравнить проще, если сравнить эти дроби с единицей или половиной.

Пример 1. Сравним дроби $\frac{15}{17}$ и $\frac{36}{35}$. $\frac{15}{17} < 1$ — правильная дробь, а $\frac{36}{35} > 1$ неправильная дробь, отсюда, $\frac{15}{17} < \frac{36}{35}$.

Пример 2. Сравним дроби $\frac{16}{31}$ и $\frac{27}{56}$. $\frac{16}{31} > \frac{1}{2}$, так как $\frac{1}{2} = \frac{16}{32}$; $\frac{27}{56} < \frac{1}{2}$, так как $\frac{1}{2} = \frac{27}{54}$. Следовательно, $\frac{16}{31} > \frac{27}{56}$.



Правильная дробь всегда меньше единицы. Любая неправильная дробь больше любой правильной дроби.

336. 1) Как сравнить дроби с равными знаменателями?



А с равными числителями? Объясните на примерах.

2) Как сравнить дроби с разными знаменателями?

237. Сравните дроби, запишите результаты, используя знаки «>» или «<»:

1) $\frac{7}{11}$ и $\frac{7}{20}$;

2) $\frac{4}{15}$ и $\frac{4}{13}$;

3) $\frac{2015}{2017}$ и $\frac{2016}{2017}$.

238. Какая дробь больше: 1) $\frac{3}{4}$ или $\frac{4}{9}$; 2) $\frac{8}{9}$ или $\frac{9}{10}$?

239. Расположите дроби в порядке возрастания:

$$\frac{12}{21}, \frac{13}{21}, \frac{5}{21}, \frac{11}{21}, \frac{8}{21}, \frac{25}{21}, \frac{19}{21}, \frac{20}{21}, \frac{21}{21}, \frac{17}{21}.$$

Покажите, которая из них наименьшая и наибольшая.

240. Сократите дроби, а затем сравните:

$$1) \frac{28}{36} \text{ и } \frac{42}{39}; \quad 2) \frac{55}{77} \text{ и } \frac{25}{80}; \quad 3) \frac{26}{78} \text{ и } \frac{34}{136}; \quad 4) \frac{18}{35} \text{ и } \frac{21}{35}.$$

241. Сравните дроби:

$$1) \frac{2}{5} \text{ и } \frac{9}{20}; \quad 2) \frac{5}{8} \text{ и } \frac{7}{12}; \quad 3) \frac{11}{25} \text{ и } \frac{41}{75}; \quad 4) \frac{9}{26} \text{ и } \frac{11}{39}.$$

242. Какая дробь ближе к 1:

$$1) \frac{5}{6} \text{ или } \frac{6}{7}; \quad 3) \frac{9}{10} \text{ или } \frac{17}{18};$$

$$2) \frac{6}{7} \text{ или } \frac{8}{9}; \quad 4) \frac{20}{21} \text{ или } \frac{11}{12}?$$

243. Приведите числители дробей, а затем сравните:

$$1) \frac{5}{8} \text{ и } \frac{15}{18}; \quad 2) \frac{28}{29} \text{ и } \frac{7}{8}; \quad 3) \frac{2}{13} \text{ и } \frac{14}{75}; \quad 4) \frac{12}{5} \text{ и } \frac{4}{3}.$$

244. Запишите дроби вида $\frac{7-a}{a+2}$ в порядке возрастания, если $a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$.

245. Выпишите все натуральные значения b , удовлетворяющие неравенствам: 1) $\frac{b}{6} < 1$; 2) $\frac{b}{7} \leq 1$; 3) $\frac{b}{4} < 2$; 4) $\frac{b}{12} \leq 2$.

246. Найдите несколько решений двойного неравенства

$$\frac{1}{36} < a < \frac{1}{6}. \text{ Сколько таких решений?}$$

247. Сравните дроби:

$$1) \frac{33}{34} \text{ и } \frac{34}{35}; \quad 2) \frac{18}{19} \text{ и } \frac{17}{18}; \quad 3) \frac{36}{37} \text{ и } \frac{37}{38}; \quad 4) \frac{34}{35} \text{ и } \frac{33}{34}.$$

248. При каких натуральных значениях n наименьшее общее кратное чисел $10 + n$ и 10 будет равно 60:

А) 2; В) 0; Д) 5; Е) 2; 0?

249. Сравните дроби, запишите результаты, используя знаки «>» или «<»:

$$1) \frac{5}{13} \text{ и } \frac{5}{17}; \quad 2) \frac{21}{25} \text{ и } \frac{24}{25}; \quad 3) \frac{8}{21} \text{ и } \frac{8}{19}; \quad 4) \frac{25}{29} \text{ и } \frac{21}{29}.$$

250. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{5} = \frac{9}{x+6}$; 2) $\frac{2}{7} = \frac{x+5}{28}$; 3) $\frac{15}{x-3} = \frac{3}{5}$.

О б р а з е ц: $\frac{12}{x-2} = \frac{2}{3}$; $\frac{12}{x-2} = \frac{2 \cdot 6}{3 \cdot 6} = \frac{12}{18} \Rightarrow x-2 = 18 \Rightarrow x = 20$.

251. Найдите значение выражения, если $k=3$; 4 и $n=2$; 7. Если можно, сократите. Несократимые дроби запишите отдельно.

1) $\frac{12+k}{n+23}$; 2) $\frac{k+2}{n+8}$; 3) $\frac{25-k}{56-n}$; 4) $\frac{32+k}{56-n}$.

252. Заполните пустые клетки (рис.11) так, чтобы сумма трех цифр в соседних клетках была равна 15.

11	6							4		
----	---	--	--	--	--	--	--	---	--	--

253. Сравните дроби:

1) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{21}$; 2) $\frac{3}{10}$ и $\frac{8}{15}$; 3) $\frac{13}{16}$ и $\frac{15}{32}$; 4) $\frac{11}{12}$ и $\frac{13}{16}$.

254. Приведите дроби к общему знаменателю, а затем сократите:

1) $\frac{2}{15}$ и $\frac{4}{25}$; 2) $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ и $\frac{2}{5}$; 3) $\frac{1}{6}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{1}{4}$.

255. Сравните числа:

1) $\frac{17}{18}$ и $\frac{35}{36}$; 2) $\frac{34}{35}$ и $\frac{44}{15}$; 3) $\frac{99}{100}$ и $\frac{49}{50}$.

256. Какая дробь ближе к 1:

1) $\frac{9}{11}$ или $\frac{17}{20}$; 3) $\frac{3}{8}$ или $\frac{2}{7}$;
2) $\frac{7}{12}$ или $\frac{8}{15}$; 4) $\frac{22}{23}$ или $\frac{45}{46}$?

257. Сравните дроби, запишите результаты, используя знаки «>» или «<»:

1) $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{7}$; 2) $\frac{8}{9}$ и $\frac{8}{10}$; 3) $\frac{7}{12}$ и $\frac{6}{11}$; 4) $\frac{17}{20}$ и $\frac{37}{40}$.

258. Расположите дроби в порядке убывания:

$\frac{12}{24}$, $\frac{9}{24}$, $\frac{22}{24}$, $\frac{8}{24}$, $\frac{23}{24}$, $\frac{10}{24}$, $\frac{15}{24}$, $\frac{16}{24}$, $\frac{20}{24}$, $\frac{24}{24}$.



1. Вспомним, как складывают и вычитают дроби с одинаковыми (равными) знаменателями.

Правило 1. Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, оставив знаменатель без изменения.

Вообще, для **натуральных чисел** k , m и n $\frac{k}{n} + \frac{m}{n} = \frac{k+m}{n}$.

Правило 2. Чтобы вычесть дроби с одинаковыми знаменателями, нужно из числителя уменьшаемого вычесть числитель вычитаемого, оставив знаменатель без изменения.

Вообще, $\frac{k}{n} - \frac{m}{n} = \frac{k-m}{n}$, $k \geq m$ и k , m и n — **натуральные числа**.

2. Сложение дробей с разными знаменателями.

Задача 1. Турист в первый день прошел $\frac{3}{10}$ части, а во второй день $\frac{1}{4}$ часть пути. Какую часть пути прошел турист за два дня?

Для решения задачи необходимо найти сумму $\frac{3}{10} + \frac{1}{4}$.

Решение. Чтобы ответить на этот вопрос, нужно найти сумму дробей $\frac{3}{10}$ и $\frac{1}{4}$. Сначала приведем их к одному знаменателю. Наименьшее кратное знаменателей этих дробей равно 20. Дополнительный множитель первой дроби 2 ($20 : 10 = 2$), второй — 5 ($20 : 4 = 5$).

Таким образом, $\frac{2/3}{10} + \frac{5/1}{4} = \frac{6}{20} + \frac{5}{20} = \frac{6+5}{20} = \frac{11}{20}$ (см. правило 1).

Обычно внизу пишут подчеркнутую часть. В этом случае порядок вычисления записывают так:

$$\frac{2/3}{10} + \frac{5/1}{4} = \frac{6+5}{20} = \frac{11}{20}.$$

О т в е т : Турист за два дня прошел $\frac{11}{20}$ частей пути.

Для сложения дробей с разными знаменателями:

1 шаг. Приводим их к одинаковому (общему) знаменателю.

2 шаг. В числителе записываем сумму полученных числителей, а в знаменателе общий знаменатель этих дробей.

3. Вычитание дробей с разными знаменателями.

П р и м е р. Найдите разность: $\frac{5}{6} - \frac{1}{4}$.

Р е ш е н и е. Наименьшее кратное знаменателей данных дробей равно 12. Дополнительный множитель первой дроби 2 ($12 : 6 = 2$), второй — 3 ($12 : 4 = 3$). Находим разность:

$$\frac{2/5}{6} - \frac{3/1}{4} = \frac{10}{12} - \frac{3}{12} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12} \quad \text{или коротко:} \quad \frac{2/5}{6} - \frac{3/1}{4} = \frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}.$$

Чтобы вычесть дроби с разными знаменателями:

1 шаг. Приводим их к одинаковому (общему) знаменателю.

2 шаг. Из числителя уменьшаемого вычитаем числитель вычитаемого, а в знаменателе (под разностью) общий знаменатель этих дробей.

Если в результате получается сократимая дробь, то ее сокращают, а в неправильной дроби выделяют целую часть и записывают ответ в виде смешанной дроби.

Например, $\frac{2/4}{5} - \frac{1/3}{10} = \frac{8-3}{10} = \frac{1\cancel{5}}{\cancel{10}2} = \frac{1}{2}; \quad \frac{3/3}{4} + \frac{2/5}{6} = \frac{9+10}{12} = \frac{19}{12} = 1\frac{7}{12}.$

259. Как складываются дроби:



- 1) с одинаковыми знаменателями?
- 2) с различными знаменателями?

260. Найдите сумму: 1) $\frac{17}{25} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{2}{5} + \frac{4}{15}$; 3) $\frac{7}{12} + \frac{5}{24}$.

261. Вычислите: 1) $\frac{5}{6} + \frac{9}{10}$; 2) $\frac{3}{10} + \frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{12} + \frac{7}{20}$.

262. Сложите дроби: 1) $\frac{1}{8} + \frac{2}{7}$; 2) $\frac{1}{4} + \frac{1}{15}$; 3) $\frac{4}{5} + \frac{1}{3}$.

Найдите разность (263–265):

263. 1) $\frac{7}{8} - \frac{1}{4}$; 2) $\frac{9}{10} - \frac{3}{5}$; 3) $\frac{3}{4} - \frac{1}{8}$; 4) $\frac{4}{7} - \frac{5}{28}$.

264. 1) $\frac{5}{6} - \frac{3}{8}$; 2) $\frac{3}{10} - \frac{2}{25}$; 3) $\frac{2}{9} - \frac{2}{15}$; 4) $\frac{7}{20} - \frac{7}{30}$.

265. 1) $\frac{1}{3} - \frac{1}{5}$; 2) $\frac{4}{7} - \frac{3}{10}$; 3) $\frac{8}{15} - \frac{1}{2}$; 4) $\frac{3}{5} - \frac{1}{7}$.

266. Найдите значение выражения $\frac{29}{30} - b$, если $b = \frac{23}{30}; \frac{1}{15}; \frac{1}{4}; \frac{1}{3}$.

267. Велосипедист за первый час проехал половину пути, за второй час — одну треть всего пути. Какой путь он проехал за 2 часа?

268. Найдите сумму:

1) $\frac{11}{30} + \frac{4}{15} + \frac{3}{10}$; 2) $\frac{17}{40} + \frac{9}{20} + \frac{1}{10}$; 3) $\frac{2}{5} + \frac{3}{8} + \frac{7}{10}$.

269. Найдите разность дробей и проверьте результат сложением:

1) $\frac{17}{36} - \frac{5}{18}$; 2) $\frac{49}{50} - \frac{14}{25}$; 3) $\frac{18}{16} - \frac{2}{3}$; 4) $\frac{23}{24} - \frac{7}{8}$.

270. Выполните действия:

1) $\frac{11}{12} + \frac{3}{4} - \frac{7}{18}$; 2) $\frac{29}{30} - \frac{2}{15} + \frac{1}{3}$; 3) $\frac{6}{7} - \frac{3}{14} + \frac{11}{35}$.

271. Решите уравнение:

1) $x - \frac{7}{10} = \frac{3}{5}$; 2) $\frac{13}{18} + x = \frac{35}{36}$; 3) $\frac{19}{24} - x = \frac{13}{48}$.

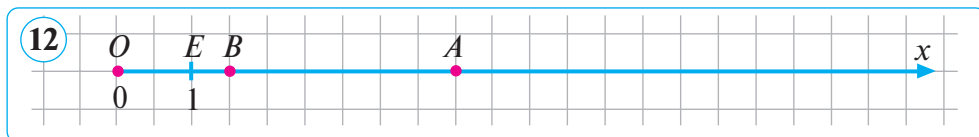
272. Найдите значение выражения $\frac{23}{24} - a$, если $a = \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{7}{12}; \frac{5}{18}$.

273. Площадь одного прямоугольника равна $\frac{3}{14}$ м², а второго $\frac{9}{28}$ м². Площадь какого прямоугольника больше? На сколько больше?

274. Игра «Пятый лишний». Какое число может быть «лишним»:

1) 3,444; 4,344; 4,434; 4,343; 4,443; 2) 2; 3; 5; 6; 7?

- 275.** На координатном луче отмечены точки $A\left(\frac{a}{b}\right)$ и $B\left(\frac{m}{n}\right)$ (рис. 12). Отметьте точки $C\left(\frac{a}{b} + \frac{m}{n}\right)$ и $D\left(\frac{a}{b} - \frac{m}{n}\right)$ на этом луче.



- 276.** (Практическая работа.) Придумайте два примера на сложение дробей с разными знаменателями. Запишите их на листке и дайте своему соседу по парте. Проверьте, как выполнил задание ваш товарищ.
- 277.** Произведение нескольких простых чисел равно 15 015. Будет ли сумма этих простых чисел простым или составным числом?

- 278.** Найдите значение выражения $\frac{23}{24} - a$, если $a = \frac{5}{8}; \frac{11}{24}; \frac{13}{16}; \frac{3}{4}$.

- 279.** Сравните дроби:

1) $\frac{9}{10}$ и $\frac{10}{9}$; 2) $\frac{2}{9}$ и $\frac{7}{8}$; 3) $\frac{5}{9}$ и $\frac{3}{7}$.

Выполните действия (**280–282**):

280. 1) $\frac{28}{29} - \frac{19}{58}$; 2) $\frac{4}{5} - \frac{1}{6}$; 3) $\frac{11}{15} - \frac{1}{5}$; 4) $\frac{31}{36} - \frac{7}{12}$.

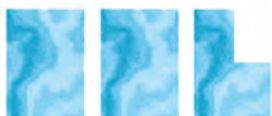
281. 1) $\frac{9}{20} + \frac{3}{10} + \frac{1}{5}$; 2) $\frac{11}{25} + \frac{13}{50} + \frac{14}{75}$; 3) $\frac{4}{15} + \frac{7}{30} + \frac{19}{75}$.

282. 1) $\frac{19}{24} + \frac{5}{12} - \frac{17}{36}$; 2) $\frac{11}{12} + \frac{5}{6} - \frac{19}{24}$; 3) $\frac{13}{15} - \frac{3}{10} + \frac{7}{30}$.

283. Решите уравнение: 1) $x + \frac{9}{20} = \frac{3}{4}$; 2) $\frac{25}{36} - x = \frac{5}{18}$.

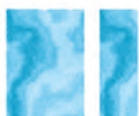
- 284.** Манзура преодолела некоторое расстояние за $\frac{3}{5}$ часа, Исмаил — на $\frac{1}{15}$ часа быстрее, а Фузаил — на $\frac{1}{30}$ часа медленнее Манзуры. Сколько времени шел Фузаил?

34–37 Сложение и вычитание смешанных дробей



$$2\frac{3}{4}$$

+



$$1\frac{1}{2}$$

= ?



$$1\frac{3}{4}$$

-

$$1\frac{1}{2}$$

= ?

Вспомним правила вычисления суммы и разности смешанных дробей с одинаковыми знаменателями.

Чтобы сложить смешанные дроби:

- прибавляют отдельно целые части и результат пишут справа от знака равенства;
- затем прибавляют дробные части, если получается неправильная дробь, то выделяют ее целую часть и прибавляют к полученной целой части и пишут рядом оставшуюся дробную часть. Если дробная часть будет сократимой дробью, то ее сокращают.

$$\text{Например, } 1\frac{3}{10} + 2\frac{9}{10} = 3\frac{3+9}{10} = 3\frac{12}{10} = 4\frac{2}{5} = 4\frac{1}{5}.$$

Чтобы вычесть смешанные дроби:

- вычитают целые части и результат пишут справа от знака равенства;
- если при вычитании дробная часть будет сократимой дробью, то ее сокращают и записывают рядом с целой частью.

$$\text{Например, } 4\frac{5}{8} - 1\frac{3}{8} = 3\frac{5-3}{8} = 3\frac{2}{4} = 3\frac{1}{2}.$$

1. Сложение смешанных дробей

Чтобы сложить смешанные дроби с разными знаменателями:

- 1 шаг. Сначала дробные части приводят к общему знаменателю.
- 2 шаг. Смешанные числа складывают по правилу сложения дробей с равными знаменателями.

Пример 1. $4\frac{7}{10} + 3\frac{4}{15} = (4 + 3) + \left(\frac{3\cancel{7}}{10} + \frac{2\cancel{4}}{15}\right) = 7 + \frac{21+8}{30} =$
 $= 7 + \frac{29}{30} = 7\frac{29}{30}$, или коротко: $4\frac{3\cancel{7}}{10} + 3\frac{2\cancel{4}}{15} = 7\frac{21+8}{30} = 7\frac{29}{30}$.

Пример 2. 1) $3\frac{5\cancel{1}}{7} + 2\frac{7\cancel{3}}{5} = 5\frac{5+21}{35} = 5\frac{26}{35}$;

2) $1\frac{1\cancel{3}}{8} + 4\frac{2\cancel{1}}{4} = 5\frac{3+2}{8} = 5\frac{5}{8}$.

Пример 3. $4\frac{3\cancel{7}}{15} + 1\frac{1\cancel{11}}{45} + 8\frac{5\cancel{4}}{9} = 13\frac{21+11+20}{45} = 13\frac{52}{45} = 14\frac{7}{45}$;

НОК (15, 45, 9) = 45.

Пример 4. $\underline{4\frac{3}{4}} + \underline{1\frac{2}{9}} + \underline{2\frac{5}{12}} + \underline{5\frac{7}{9}} + \underline{\frac{7}{12}} + \underline{3\frac{1}{4}} =$
 $= \left(4\frac{3}{4} + 3\frac{1}{4}\right) + \left(1\frac{2}{9} + 5\frac{7}{9}\right) + \left(2\frac{5}{12} + \frac{7}{12}\right) = 8 + 7 + 3 = 18$.

Здесь мы пользовались переместительным и сочетательным законами сложения.

2. Вычитание смешанных дробей

Чтобы вычесть смешанные дроби с разными знаменателями:

1 шаг. Сначала дробные части приводят к общему знаменателю.

2 шаг. Смешанные числа вычитают по правилу вычитания дробей с равными знаменателями.

Пример 1. $4\frac{4\cancel{7}}{9} - 2\frac{3\cancel{5}}{12} = 2\frac{28-15}{36} = 2\frac{13}{30}$.

В вышеприведенном примере дробная часть уменьшаемого больше дробной части вычитаемого.

Пример 2. $\underline{5\frac{5}{6}} - \frac{1}{4} = \underline{\left(5 + \frac{5}{6}\right)} - \frac{1}{4} = 5 + \left(\frac{2\cancel{5}}{6} - \frac{3\cancel{1}}{4}\right) = 5 + \frac{10-3}{12} =$
 $= 5 + \frac{7}{12} = 5\frac{7}{12}$, или коротко: $5\frac{2\cancel{5}}{6} - \frac{3\cancel{1}}{4} = 5\frac{10-3}{12} = 5\frac{7}{12}$.

В этом случае пользуемся следующим правилом: *чтобы из суммы вычесть число, если это возможно, то вычитаем число из одного из слагаемых и к результату прибавляем второе слагаемое.*

Пример 3. $7\frac{7}{9} - 2\frac{5}{12} = 7\frac{5}{12} - \left(2 + \frac{5}{12}\right) = \left(7\frac{7}{9} - 2\right) - \frac{5}{12} =$
 $= 5\frac{4/7}{9} - \frac{3/5}{12} = 5 + \frac{28-15}{36} = 5 + \frac{13}{36} = 5\frac{13}{36},$

или коротко: $7\frac{4/7}{9} - 2\frac{3/5}{12} = 5\frac{28-15}{36} = 5\frac{13}{36}.$

Здесь пользуемся следующим правилом: *чтобы вычесть из числа разность, можно из числа вычесть одно из слагаемых (которое проще), затем из результата вычесть второе слагаемое.*

Пример 4. $1 - \frac{7}{9} = \frac{9}{9} - \frac{7}{9} = \frac{2}{9},$ так как 1 можно представить дробью с любым знаменателем и равным ему числителем.

Пример 5. $3 - \frac{6}{7} = \left(2 + \frac{7}{7}\right) - \frac{6}{7} = 2\frac{7-6}{7} = 2\frac{1}{7}$ (см. пример 4).

Пример 6. $8\frac{3/1}{2} - 4\frac{2/2}{3} = 4 + \frac{3-4}{6} = 3 + \frac{6}{6} + \frac{3-4}{6} = 3 + \frac{9-4}{6} = 3\frac{5}{6},$

или коротко: $8\frac{3/1}{2} - 4\frac{2/2}{3} = 4\frac{3-4}{6} = 3\frac{9-4}{6} = 3\frac{5}{6}.$

В последнем примере дробная часть уменьшаемого меньше дробной части вычитаемого, то есть $\frac{1}{2} < \frac{2}{3}.$ В этом случае занимаем одну единицу у целой части уменьшаемого и записываем ее как $\frac{6}{6}.$ О т в е т: $3\frac{5}{6}.$



Все законы сложения и вычитания для натуральных чисел имеют место и для дробных чисел. Очень часто при вычислениях мы пользуемся ими для упрощения.

285. 1) Сформулируйте правила сложения и вычитания смешанных дробей с равными знаменателями. Какие законы сложения вы знаете?



2) Сформулируйте правила сложения смешанных дробей с разными знаменателями.

3) Сформулируйте правила вычитания смешанных дробей с разными знаменателями.

4) Какие законы вычитания вы знаете?

Найдите сумму (286–289):

286. 1) $2\frac{3}{4} + 1\frac{1}{4}$; 2) $3\frac{30}{37} + \frac{4}{37}$; 3) $6\frac{3}{10} + 2\frac{1}{10}$; 4) $16\frac{13}{16} + \frac{3}{16}$.

287. 1) $3\frac{1}{6} + 2\frac{2}{3}$; 2) $8\frac{5}{7} + 2\frac{1}{14}$; 3) $1\frac{5}{16} + 8\frac{1}{2}$; 4) $6\frac{7}{10} + 9\frac{5}{20}$.

288. 1) $2\frac{3}{10} + 6\frac{5}{8}$; 2) $1\frac{3}{4} + 2\frac{1}{6}$; 3) $7\frac{5}{9} + 3\frac{1}{6}$; 4) $2\frac{3}{14} + 1\frac{5}{6}$.

289. 1) $1\frac{2}{3} + 4\frac{1}{5}$; 2) $4\frac{4}{5} + 5\frac{1}{2}$; 3) $3\frac{1}{13} + 2\frac{2}{5}$; 4) $4\frac{1}{6} + 7\frac{2}{7}$.

290. Точки C и D делят отрезок AB на три части. Найдите AB , если $AC = 4\frac{1}{2}$ см, $CD = 3\frac{1}{4}$ см и $DB = 2\frac{1}{8}$ см.

291. Найдите значение выражения:

1) $7\frac{4}{9} + 8\frac{1}{3} + 9\frac{5}{12}$; 2) $4\frac{7}{20} + 5\frac{11}{30} + \frac{7}{15}$; 3) $3\frac{3}{4} + 4\frac{11}{15} + 5\frac{5}{12}$.

292. Масса дыни $3\frac{7}{8}$ кг, масса арбуза на $1\frac{3}{4}$ кг больше, а масса тыквы на $1\frac{1}{8}$ кг больше суммы масс дыни и арбуза. Чему равна масса тыквы (рис. 13)?



293. Вычислите сумму, пользуясь законами сложения:

1) $\left(1\frac{15}{23} + 3\frac{17}{22} + 2\frac{7}{15}\right) + \left(\frac{5}{22} + 1\frac{8}{15} + 3\frac{8}{23}\right)$;

2) $9\frac{5}{16} + 1\frac{3}{5} + 2\frac{1}{7} + 11\frac{11}{16} + 1\frac{2}{5} + 5\frac{6}{7}$.

Найдите разность (294–296):

294. 1) $5\frac{5}{6} - 1\frac{1}{3}$; 2) $7\frac{5}{7} - 4\frac{5}{14}$; 3) $11\frac{7}{8} - 5\frac{1}{2}$; 4) $2\frac{7}{8} - \frac{3}{16}$.

295. 1) $7\frac{5}{6} - 2\frac{3}{8}$; 2) $4\frac{7}{8} - 2\frac{3}{10}$; 3) $7\frac{17}{20} - 3\frac{1}{8}$; 4) $8\frac{5}{8} - 3\frac{3}{12}$.

296. 1) $6\frac{7}{9} - 4\frac{4}{7}$; | 2) $10\frac{4}{5} - 7\frac{3}{12}$; | 3) $2\frac{4}{5} - 1\frac{1}{2}$; | 4) $1\frac{5}{7} - \frac{3}{5}$.

297. Масса тары $\frac{3}{4}$ кг, масса тары с медом — $6\frac{1}{2}$ кг. Чему равна масса меда?

298. Заполните таблицу:

a	$10\frac{7}{10}$	$9\frac{3}{7}$	$15\frac{9}{10}$		$5\frac{7}{20}$		$4\frac{3}{10}$
b	$3\frac{1}{5}$			$4\frac{3}{5}$	$3\frac{3}{10}$	$1\frac{5}{8}$	
$a + b$		$14\frac{2}{21}$		23			$7\frac{3}{5}$
$a - b$			$2\frac{3}{100}$			$6\frac{3}{4}$	

299. Найдите неизвестное число:

1) $1\frac{1}{2} + x = \frac{3}{4}$; 2) $2\frac{3}{4} - x = \frac{7}{2}$; 3) $x + 1\frac{1}{8} = 2\frac{1}{2}$.

300. Сколько надо прибавить к $17\frac{4}{5}$, чтобы получить $25\frac{7}{15}$?

301. В двух мешках $15\frac{1}{2}$ кг муки, а в одном из них находится $7\frac{2}{5}$ кг муки. В каком мешке муки больше и на сколько?

302. Найдите значение выражения:

1) $1\frac{4}{15} + 6\frac{13}{45} - \frac{7}{12}$; | 2) $10\frac{5}{28} + \left(\frac{6}{7} - \frac{3}{14}\right)$; | 3) $8\frac{7}{12} - \frac{5}{18} + 1\frac{3}{4} - 2\frac{1}{6}$.

303. Сравните числа. Найдите их сумму и разность:

1) $3\frac{7}{12} \dots 4\frac{8}{9}$; 2) $5\frac{7}{18} \dots 5\frac{5}{12}$; 3) $16\frac{1}{3} \dots 15\frac{4}{3}$.

304. Точки C и D делят отрезок AB на три части. Найдите длину отрезка CD , если $AB = 27\frac{1}{5}$ см, $AC = 8\frac{3}{4}$ см и $DB = 9\frac{7}{10}$ см.

305. Определите закон составления ряда 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... и запишите следующие три числа.

Выполните действия (306–307):

306. 1) $4\frac{7}{15} + 2\frac{7}{30} - 5\frac{1}{30}$; | 2) $5\frac{1}{2} + 4\frac{13}{24} - 6\frac{23}{24}$; | 3) $13\frac{11}{12} - 1\frac{3}{4} + 2\frac{5}{6}$.

307. 1) $7\frac{1}{3} - \frac{1}{5} - 1\frac{1}{15}$; | 2) $3\frac{7}{8} - 1\frac{1}{4} - \frac{1}{2}$; | 3) $4\frac{7}{9} - 1\frac{2}{3} + \frac{1}{6}$.

308. Выполните действия:

1) $7\frac{5}{8} + 4\frac{1}{8} - 2\frac{13}{16}$; | 2) $3\frac{3}{28} + 2\frac{6}{7} - 1\frac{5}{14}$; | 3) $3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{6} + 7\frac{1}{2}$.

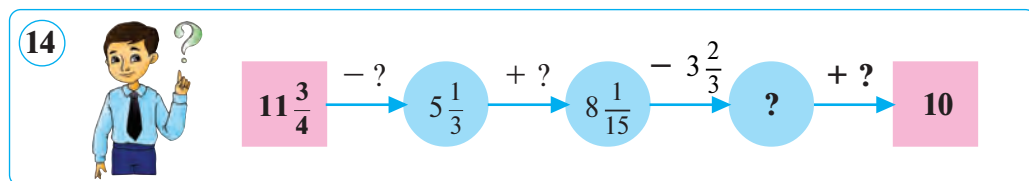
309. Решите уравнение:

1) $(2\frac{7}{8} - x) + 4\frac{1}{6} = 5\frac{3}{4}$; 2) $y + \frac{4}{30} = \frac{2}{3} + \frac{2}{5}$.

310. Длина отрезка AB равна $2\frac{3}{5}$ дм, а отрезка CD $2\frac{14}{25}$ см.

Какой отрезок длинее? На сколько длинее?

311. Поставьте вместо знака вопроса нужные числа (рис. 14):



312. Первое число $5\frac{3}{7}$. Второе — больше на $6\frac{4}{7}$. Третье — меньше суммы первых двух чисел на $7\frac{9}{10}$. Найдите сумму трех чисел.

313. В одном рулоне $40\frac{3}{8}$ м ткани, во втором — на $3\frac{7}{10}$ м меньше.

Сколько метров ткани в обоих рулонах?

314. Если из задуманного числа вычесть $\frac{7}{18}$, получится число, равное разности $\frac{13}{18} - \frac{11}{36}$. Какое число задумано?

315. Одно число больше другого на $\frac{7}{10}$. Их сумма равна $3\frac{7}{10}$. Найдите это число.

316. Пусть $a = 5\frac{1}{8}$ и $b = 3\frac{1}{3}$. Найдите числовое значение выражения $a + b - 2\frac{1}{3}$.

317. Решите уравнение:

$$1) \left(x - 4\frac{17}{35}\right) - 1\frac{11}{28} = 2\frac{1}{140}; \quad 2) 5\frac{19}{25} - \left(1\frac{4}{5} + x\right) = 2\frac{13}{20}.$$

318. На сколько нужно уменьшить $10\frac{3}{4}$, чтобы получить $2\frac{7}{16}$?

319. Вычислите значение выражения удобным способом:

$$1) \left(8\frac{7}{25} - 5\frac{19}{35}\right) + \frac{18}{25}; \quad 2) 5\frac{5}{44} + \left(\frac{8}{13} - 2\frac{5}{44}\right).$$

Выполните действия (**320–325**):

320. 1) $9\frac{3}{7} + \frac{2}{7}$; 2) $\frac{5}{22} + 3\frac{17}{22}$; 3) $3\frac{3}{5} + 2\frac{1}{5}$; 4) $2\frac{1}{2} + 3\frac{1}{2}$.

321. 1) $3\frac{1}{2} + \frac{3}{8}$; 2) $5\frac{5}{12} + \frac{5}{6}$; 3) $2\frac{1}{5} + \frac{7}{15}$; 4) $8\frac{1}{3} + 1\frac{4}{9}$.

322. 1) $3\frac{2}{9} + 1\frac{1}{6}$; 2) $1\frac{3}{8} + 7\frac{5}{6}$; 3) $4\frac{8}{15} + \frac{4}{9}$; 4) $\frac{5}{6} + 2\frac{3}{10}$.

323. 1) $7\frac{3}{8} - 2\frac{3}{8}$; 2) $5\frac{4}{5} - 3\frac{1}{5}$; 3) $2\frac{6}{7} - \frac{1}{7}$; 4) $5\frac{3}{5} - \frac{3}{5}$.

324. 1) $5\frac{8}{9} - 4\frac{1}{3}$; 2) $4\frac{3}{11} - \frac{5}{22}$; 3) $3\frac{5}{6} - 1\frac{3}{4}$; 4) $9\frac{7}{8} - 1\frac{5}{6}$.

325. 1) $3\frac{3}{10} - 1\frac{7}{15}$; 2) $8\frac{7}{8} - 4\frac{5}{6}$; 3) $5\frac{5}{12} - 3\frac{3}{8}$; 4) $3\frac{4}{15} - 1\frac{1}{6}$.

326. В супермаркет привезли $8\frac{1}{2}$ т муки. $2\frac{3}{4}$ т муки продали. Сколько тонн муки осталось?

327. В одном пакете $\frac{1}{2}$ кг конфет, а во втором — на $\frac{1}{5}$ кг меньше. Сколько конфет было в двух пакетах?

328. От рулона атласа вначале отрезали $16\frac{1}{5}$ м, затем $13\frac{3}{10}$ м и позже еще $11\frac{1}{2}$ м ткани. Сколько метров атласа было в рулоне?

329. Вычислите удобным способом:

$$1) 2\frac{7}{8} + 3\frac{4}{5} + 1\frac{1}{8}; \quad 2) 4\frac{18}{25} + 3\frac{5}{14} - 2\frac{5}{14}; \quad 3) 33\frac{5}{44} + \left(3\frac{8}{13} - 2\frac{5}{44}\right).$$

330. Длина отрезка AB равна $\frac{9}{10}$ дм, а отрезка CD $\frac{3}{4}$ дм.

Какой отрезок длинее? На сколько длинее?

Изучаем английский язык!



числитель — numerator

знаменатель — denominator

сложение — addition

вычитание — subtraction

сокращение дробей — simplifying fractions

общий знаменатель — common denominator

правильная дробь — proper fraction

смешанное число — mixed number

Тест 3

Проверьте себя!

1. Вычислите сумму: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$.

A) $\frac{5}{6}$;

B) $\frac{2}{5}$;

D) $\frac{1}{5}$;

E) $\frac{1}{3}$.

2. Вычислите сумму: $\frac{1}{8} + \frac{1}{2}$.

A) $\frac{5}{8}$;

B) $\frac{2}{8}$;

D) $\frac{1}{5}$;

E) $\frac{1}{2}$.

3. Вычислите разность: $\frac{2}{3} - \frac{1}{2}$.

A) $\frac{1}{6}$;

B) $\frac{1}{3}$;

D) 1;

E) $\frac{1}{2}$.

4. Найдите сумму: $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2}$.

A) $\frac{10}{6}$;

B) $3\frac{5}{6}$;

D) $3\frac{2}{5}$;

E) $1\frac{2}{5}$.

5. Найдите разность: $2\frac{3}{5} - \frac{1}{2}$.

A) $2\frac{1}{10}$;

B) $2\frac{1}{5}$;

D) $3\frac{1}{10}$;

E) $2\frac{2}{3}$.

6. Выполните действия: $3 - 1\frac{2}{7}$.

A) $1\frac{5}{7}$;

B) $2\frac{2}{7}$;

D) $2\frac{5}{7}$;

E) $4\frac{2}{7}$.

7. Найдите значение выражения: $\frac{3}{15} - \frac{1}{5} + \frac{1}{3}$.

A) $\frac{1}{3}$;

B) $\frac{11}{15}$;

D) $\frac{1}{15}$;

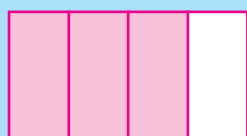
E) $\frac{1}{5}$.

Глава III. Умножение и деление обыкновенных дробей

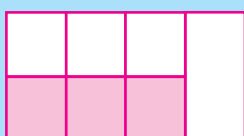
40–42

Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел

1. Умножение обыкновенных дробей

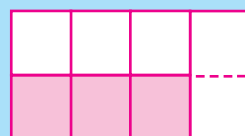


$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2}$$

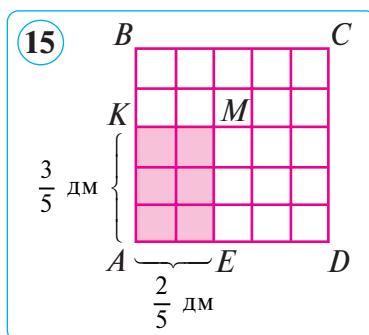
=



$$\frac{3}{8}$$

Найдем правило умножения обыкновенных дробей.

Задача. Сторона квадрата $ABCD$ равна 1 дм. Найдите площадь прямоугольника $AKME$ со сторонами $\frac{3}{5}$ дм и $\frac{2}{5}$ дм, пользуясь рисунком 15.



1 способ. Прежде чем решить задачу переведем в десятичные дроби длины сторон прямоугольника: $\frac{3}{5}$ дм = 0,6 дм, $\frac{2}{5}$ дм = 0,4 дм. В этом случае $S = 0,6 \cdot 0,4 = 0,24$ (дм²).

Теперь переведем полученную десятичную дробь в обыкновенную: $24 \text{ дм}^2 = \frac{6 \cancel{24}}{100 \cancel{25}} \text{ дм}^2 = \frac{6}{25} \text{ дм}^2$.

Этот же результат можно получить проще, не переводя данные дроби в десятичные. Числитель полученной дроби равен произведению $3 \cdot 2$ числителей, а знаменатель — произведению $5 \cdot 5$ знаменателей данных дробей.

Полученная дробь $\frac{6}{25}$ равна произведению дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$.

Следовательно, $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{5 \cdot 5} = \frac{6}{25}$.

2 способ. Чтобы найти $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5}$ проведем такое рассуждение. Квадрат $ABCD$ разделен на 25 одинаковых квадратов, площадь прямоугольника $AKME$ состоит из 6 таких квадратов. Поэтому его площадь будет равна $\frac{6}{25}$ дм². Следовательно, $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{25}$ (дм²).

Ясно, что числитель 6 результат умножения 3 и 2, знаменатель 25 результат умножения 5 и 5. Дробь $\frac{6}{25}$ — это произведение дробей $\frac{3}{5}$ и $\frac{2}{5}$. О т в е т: $\frac{6}{25}$ дм².

Чтобы умножить дробь на дробь нужно перемножить:

- числители и результат записать в числитель;
- знаменатели и результат записать в знаменатель.

Это правило с помощью букв можно записать так:

$$\frac{k}{n} \cdot \frac{p}{q} = \frac{k \cdot p}{n \cdot q}, \text{ где } k, n, p, q \text{ — натуральные числа.}$$

Пример 1. $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{5} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 5} = \frac{8}{15}$ О т в е т: $\frac{8}{15}$.

Если можно, то до вычисления произведения сокращают числитель и знаменатель первой дроби и знаменатель и числитель второй дроби.

Пример 2. $\frac{12}{19} \cdot \frac{19}{30} = \frac{12 \cdot 19^1}{19 \cdot 30_5} = \frac{2}{5}$. О т в е т: $\frac{2}{5}$.

Если один из множителей является целым числом, то его знаменатель можно принять за 1. Тогда натуральное число умножают на дробь или дробь на натуральное число, как сказано выше.

Пример 3. $3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3}{1} \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$, или коротко:

$$3 \cdot \frac{4}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}. \quad \text{О т в е т: } 2\frac{2}{5}.$$

Пример 4. $\frac{2}{13} \cdot 7 = \frac{2}{13} \cdot \frac{7}{1} = \frac{14}{13} = 1\frac{1}{13}$, или $\frac{2}{13} \cdot 7 = \frac{2 \cdot 7}{13} = \frac{14}{13} = 1\frac{1}{13}$.

Чтобы натуральное число умножить на дробь или дробь на натуральное число, нужно:

1 шаг. Натуральное число умножают на числитель дроби.

2 шаг. Знаменатель оставляют без изменения.

Это правило с помощью букв можно записать так:

$m \cdot \frac{k}{n} = \frac{m \cdot k}{n}$ или $\frac{k}{n} \cdot m = \frac{k \cdot m}{n}$, где m , k , n – натуральные числа.

Если один из множителей равен нулю, то произведение тоже будет равно нулю. И наоборот, если произведение равно нулю, то хотя бы один из множителей равен нулю.

Пример 5. $\frac{7}{8} \cdot 0 = 0 \cdot \frac{7}{8} = 0$. О т в е т: 0.

Пример 6. Если $5 \cdot \left(x - \frac{5}{6}\right) = 0$, то $x - \frac{5}{6} = 0$ и, следовательно, $x = \frac{5}{6}$.

О т в е т: $x = \frac{5}{6}$.

2. Умножение смешанных чисел

Пример 1. $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{2}{5} = \frac{13}{4} \cdot \frac{12}{5} = \frac{13 \cdot 12}{4 \cdot 5} = \frac{39}{5} = 7\frac{4}{5}$. О т в е т: $7\frac{4}{5}$.

Правило 1. Чтобы перемножить смешанные числа, нужно сначала перевести их в неправильные дроби, а затем умножить как дробь на дробь.

Пример 2. $4\frac{1}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{21}{5} \cdot \frac{9}{14} = \frac{3 \cdot 9}{5 \cdot 2} = \frac{27}{10} = 2\frac{7}{10}$. О т в е т: $2\frac{7}{10}$.

Правило 2. Чтобы умножить смешанное число на дробь, нужно сначала перевести смешанное число в неправильную дробь и умножить ее на заданную дробь.

Пример 3. $2\frac{5}{6} \cdot 3 = \left(2 + \frac{5}{6}\right) \cdot 3 = 6 + \frac{5}{2} = 8,5$, или коротко:

$$2\frac{5}{6} \cdot 3 = 6\frac{15}{6} = 8\frac{3}{6} = 8,5.$$

Правило 3. Чтобы умножить натуральное (целое) число на дробь, нужно сначала перевести смешанное число в неправильную дробь и умножить ее на заданную дробь.

Пример 4. $\frac{3}{4} \cdot \left(7\frac{9}{31} \cdot 1\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{\cancel{13}^1 \cdot \cancel{4}^1}{\cancel{14}^1 \cdot \cancel{31}^1}\right) \cdot 7\frac{9}{31} = 1 \cdot 7\frac{9}{31} = 7\frac{9}{31}.$

Пример 5. $\left(12\frac{2}{5} \cdot 43\frac{5}{17}\right) \cdot \frac{5}{31} = \left(\frac{\cancel{262}^1 \cdot \cancel{5}^1}{\cancel{15}^1 \cdot \cancel{31}^1}\right) \cdot 43\frac{5}{17} = 2 \cdot 43\frac{5}{17} = 86\frac{10}{17}.$



Для умножения дробных чисел также как и для натуральных имеет место переместительный и сочетательный законы. Их применение упрощает устные и письменные вычисления.

- 331.** 1) Как умножают дробь на дробь?
 2) Как умножают натуральное число на дробь?
 ? 3) Как умножают смешанное число на смешанное?
 4) Как умножают смешанное число на дробь?
 5) Как умножают смешанное число на целое число?

Выполните умножение (**332–334**):

332. 1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3}$; 2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$; 3) $\frac{5}{8} \cdot \frac{1}{9}$; 4) $\frac{3}{4} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{4}$.

333. 1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7}$; 2) $\frac{2}{9} \cdot \frac{1}{2}$; 3) $\frac{3}{10} \cdot \frac{5}{7}$; 4) $\frac{7}{10} \cdot \frac{9}{14}$; 5) $\frac{5}{12} \cdot \frac{2}{3}$.

334. 1) $\frac{8}{9} \cdot \frac{3}{4}$; 2) $\frac{21}{20} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{2}{3} \cdot \frac{9}{10}$; 4) $\frac{4}{3} \cdot \frac{15}{16}$; 5) $\frac{5}{6} \cdot \frac{24}{35}$.

335. Выполните умножение и ответ запишите в виде смешанного числа:

1) $5 \cdot \frac{2}{3}$; 2) $4 \cdot \frac{3}{5}$; 3) $6 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{5}{9} \cdot 2$; 5) $\frac{7}{10} \cdot 3$.

336. Сократите дробь: $\frac{33}{66}$, $\frac{75}{100}$, $\frac{125}{1000}$. Найдите их:

- 1) сумму; 2) произведение.

337. Пусть длина отрезка AB равна $\frac{1}{4}$ км (рис. 16).

Используя это, начертите отрезок длиной 1 км.



338. Найдите значение выражения:

1) $\frac{21}{25} \cdot \frac{15}{28} + 3\frac{4}{5}$; 2) $5\frac{4}{21} - \frac{18}{49} \cdot \frac{7}{9}$; 3) $7\frac{3}{10} + \frac{39}{55} \cdot \frac{11}{13}$.

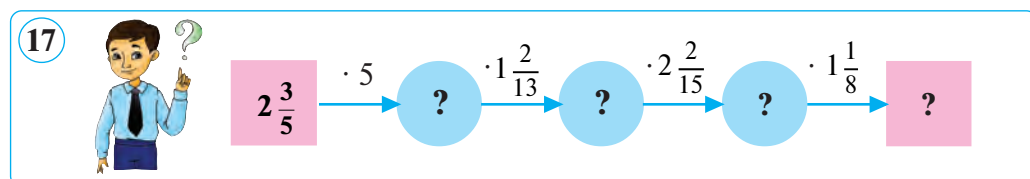
339. Вычислите: 1) $\frac{4}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{3}{8}$; 2) $\frac{8}{9} \cdot \frac{5}{16} \cdot \frac{27}{55}$; 3) $\frac{2}{3} \cdot \frac{7}{25} \cdot \frac{9}{8} \cdot \frac{15}{28}$.

Выполните умножение (340–341):

340. 1) $2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$; 2) $5\frac{5}{12} \cdot 1\frac{5}{13}$; 3) $4\frac{3}{8} \cdot 1\frac{1}{7}$; 4) $4\frac{9}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$.

341. 1) $6\frac{1}{4} \cdot \frac{2}{25}$; 2) $\frac{5}{13} \cdot 9\frac{1}{10}$; 3) $5\frac{1}{5} \cdot \frac{25}{38}$; 4) $\frac{7}{9} \cdot 1\frac{4}{5}$.

342. Поставьте нужные числа вместо знаков вопроса (рис. 17).



343. Выполните умножение: 1) $7\frac{1}{2} \cdot 12\frac{1}{4} \cdot \frac{8}{49}$; 2) $5 \cdot 1\frac{1}{7} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{10}$.

344. Сторона квадрата равна $2\frac{3}{8}$ дм. Найдите его периметр и площадь.

345. Пусть длина отрезка AB равна $\frac{2}{7}$ см (рис. 18). Используя это, начертите отрезок длиной $\frac{6}{7}$ см.

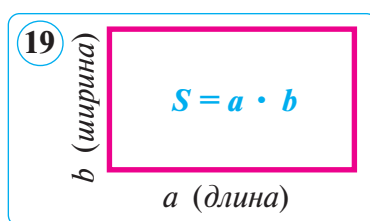


346. Вычислите:

1) $12\frac{5}{6} + 2\frac{7}{9} \cdot \left(15\frac{9}{10} - 12\frac{9}{10}\right)$; 2) $3\frac{4}{17} \cdot 5\frac{2}{3} + 3\frac{4}{17} \cdot 11\frac{1}{3}$.

347. Вычислите: 1) $6\frac{13}{24} + 5\frac{7}{8} - 10\frac{3}{4}$; 2) $8\frac{7}{15} - \frac{2}{5} + 1\frac{1}{3}$.

348. Длина прямоугольника равна $12\frac{4}{5}$ дм, а ширина на $3\frac{1}{8}$ дм короче. Найдите площадь прямоугольника (рис. 19).



- 349.** Легковая машина «Нексия» ехала 1 час 48 мин со скоростью $70\frac{5}{8}$ км в час. Какой путь проехала машина (рис. 20)?



- 350.** Можно ли число 64 представить в виде суммы трех простых чисел?

- 351.** В каком случае сумма найдена неправильно?

А) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{7+8} = \frac{4}{15}$; С) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 15 + 1 \cdot 15}{7+8} = \frac{45+15}{15} = \frac{60}{15} = 4$;
 В) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3+1}{7 \cdot 8} = \frac{4}{56}$; D) $\frac{3}{7} + \frac{1}{8} = \frac{3 \cdot 8 + 1 \cdot 7}{7 \cdot 8} = \frac{24+7}{56} = \frac{31}{56}$.

- 352.** Сравните дроби: 1) $\frac{373737}{777777}$ и $\frac{37}{77}$; 2) $\frac{41}{61}$ и $\frac{411}{611}$.

- 353.** В одном сосуде $5\frac{3}{10}$ кг масла, во втором на $4\frac{1}{10}$ кг больше. Сколько килограммов масла в двух сосудах?

Найдите произведение (**354–359**):

354. 1) $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{7}$; 2) $\frac{2}{13} \cdot \frac{4}{3}$; 3) $\frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8}$; 4) $\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{5}$; 5) $\frac{2}{9} \cdot \frac{5}{7}$.

355. 1) $\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{25}$; 2) $\frac{14}{25} \cdot \frac{5}{7}$; 3) $\frac{7}{8} \cdot \frac{16}{35}$; 4) $\frac{4}{15} \cdot \frac{3}{8}$; 5) $\frac{15}{14} \cdot \frac{2}{3}$.

356. 1) $5 \cdot \frac{1}{10}$; 2) $4 \cdot \frac{5}{12}$; 3) $10 \cdot \frac{3}{7}$; 4) $\frac{7}{15} \cdot 2$; 5) $\frac{11}{18} \cdot 6$.

357. 1) $7\frac{1}{7} \cdot 3\frac{1}{2}$; 2) $10\frac{1}{22} \cdot 1\frac{1}{3}$; 3) $1\frac{7}{10} \cdot 3\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{13}$.

358. 1) $3\frac{12}{13} \cdot \frac{13}{17}$; 2) $\frac{11}{28} \cdot 6\frac{4}{11}$; 3) $4\frac{2}{15} \cdot \frac{5}{31}$; 4) $\frac{19}{20} \cdot 3\frac{3}{19}$.

359. 1) $9\frac{1}{9} \cdot 9$; 2) $5 \cdot 7\frac{1}{15}$; 3) $1\frac{1}{18} \cdot 6$; 4) $\frac{24}{25} \cdot 1\frac{1}{4}$.

- 360.** Ширина прямоугольника $5\frac{2}{5}$ дм, а длина в $2\frac{1}{2}$ раза больше. Найдите его площадь.

- 361.** Какое из слов лишнее: куб, степень, квадрат?

Часто в задачах надо найти часть числа или дробь от числа. Такие задачи решаются умножением.

Задача. $\frac{2}{5}$ части дороги в 5 км покрыты асфальтом.

Сколько километров пути покрыты асфальтом (рис. 21)?



Решение. Здесь нужно найти $\frac{2}{5}$ части числа 5. Сначала, найдем $\frac{1}{5}$

числа 5, значит $5 : 5 = 1$. Тогда $\frac{2}{5}$ части числа 5 вдвое больше, поэтому 1 умножаем на 2: $1 \cdot 2 = 2$. Если найти произведение 5 и $\frac{2}{5}$, то получим тот же результат:

$$5 \cdot \frac{2}{5} = \frac{\overset{1}{\cancel{5}} \cdot 2}{\cancel{5}_1} = 2 \text{ (км)}.$$

Следовательно, 2 км пути покрыты асфальтом. В этом случае говорят, что нашли $\frac{2}{5}$ от числа 5.

О т в е т: 2 км пути покрыты асфальтом.

В этой задаче: 5 — заданное число, $\frac{2}{5}$ — дробь, выражающая часть числа, 2 — искомая часть числа.

Чтобы найти заданную часть числа нужно умножить число на дробь, выражающую часть этого числа:

$$a \cdot \frac{k}{n} = \frac{a \cdot k}{n}, \text{ где } a, k, n — \text{натуральные числа.}$$

Пример 1. Найдите $\frac{5}{7}$ части числа 49.

Решение. $49 \cdot \frac{5}{7} = \frac{\overset{7}{\cancel{49}} \cdot 5}{\cancel{7}_1} = 7 \cdot 5 = 35$.

О т в е т: 35.

Пример 2. Найдите $\frac{5}{3}$ числа $20\frac{2}{5}$.

Р е ш е н и е. $20\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{3} = \frac{34\cancel{10}2}{1\cancel{5}} \cdot \frac{\cancel{5}^1}{3\cancel{1}} = 34$. **О т в е т:** 34.

В этом примере мы нашли не часть числа, так как $34 > 20\frac{2}{5}$.
В общем случае говорят, что находят дробь от числа.

362. 1) Как находят данную часть числа? 2) Сколько часов
? составляют четверть суток, одна восьмая суток?

Вычислите (363–367):

363. 1) $\frac{19}{25}$ от 100;

2) $\frac{13}{11}$ от 110.

364. 1) $\frac{25}{42}$ от $5\frac{1}{25}$;

2) $\frac{2}{7}$ от 6,3.

365. 1) $1\frac{1}{11}$ от $3\frac{2}{3}$;

2) $3\frac{1}{3}$ от $\frac{13}{20}$.

366. 1) $\frac{3}{4}$ от 18 кг ;

2) $\frac{4}{5}$ от 45 кг.

367. 1) $\frac{4}{5}$ от 25 км;

2) $\frac{3}{11}$ от 3,3 км.

368. Доля масла в льняном семени составляет $\frac{3}{10}$ (от его массы). Каков выход масла из $2\frac{1}{2}$ т льняного семени?

369. При варке мясо теряет $\frac{2}{5}$ своей массы. На сколько килограммов уменьшится масса 5 кг мяса при его варке?

370. В рулоне было 28 м ткани. Сначала отрезали от него $\frac{3}{7}$ части, а затем $\frac{3}{8}$ от оставшейся части. Сколько метров ткани осталось в рулоне (рис. 22)?



371. Для приготовления сладостей использовали $\frac{1}{4}$ часть от 12 кг сахара. Сколько сахара осталось?

372. Периметр треугольника 37,8 м. Одна из его сторон составляет $\frac{2}{9}$ части периметра, а вторая — $\frac{3}{7}$ части. Найдите стороны этого треугольника.

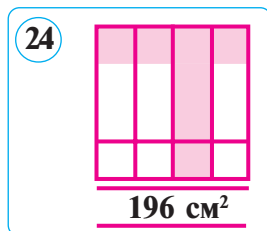
373. Ласточка летит со скоростью 1 600 м/мин, скорость полета скворца составляет $\frac{3}{4}$ части от скорости ласточки, скорость ястреба — $\frac{7}{10}$ от скорости ласточки. Найдите скорость полета скворца и ястреба (рис. 23).



374. В магазине до обеда продали $\frac{3}{8}$ части, а после обеда еще $\frac{3}{5}$ части от привезенных 600 кг муки. Сколько муки осталось непроданной?

375. В саду собрали 75 кг вишни и разместили в трех корзинах. В первую корзину положили $\frac{1}{3}$, во вторую $\frac{2}{5}$ части всей вишни. Сколько вишни было в третьей корзине?

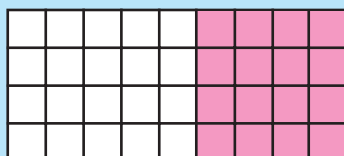
376. На рисунке 24 изображен квадрат с заданной площадью. Найдите площадь закрашенной части квадрата. Чему равна площадь незакрашенной части?



377. От отреза ткани в 10 м отрезали $\frac{3}{5}$ части. Сколько метров ткани осталось?

378. Найдите: 1) $\frac{5}{6}$ от 30; 2) $\frac{3}{10}$ от $6\frac{2}{3}$.

379. Длина прямоугольника равна 15 см, а ширина составляет $\frac{3}{5}$ его длины. Найдите площадь и периметр этого прямоугольника.



- Сколько белых квадратиков?
- Сколько красных квадратиков?
- Сколько всего квадратиков?

Что означает выражение $(5 + 4) \cdot 4$ и $5 \cdot 4 + 4 \cdot 4$?

Задача. Длина прямоугольника равна $2\frac{7}{8}$ дм, а ширина — $1\frac{3}{4}$ части его длины. Найдите периметр этого прямоугольника.

Решение. 1 способ. Периметр прямоугольника равен удвоенной сумме его смежных сторон (рис. 25), то есть

$$P = 2 \cdot (a + b).$$

Отсюда:

$$P = 2 \cdot \left(2\frac{17}{8} + 1\frac{23}{4} \right) = 2 \cdot 3\frac{7+6}{8} = 2 \cdot 3\frac{13}{8} = 12 \cdot \frac{37}{84} = \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4} \text{ (дм)}.$$

2 способ. Периметр прямоугольника равен сумме всех его сторон. При этом, так как $AD = BC = a$ и $AB = CD = b$, имеем:

$$P = a + a + b + b = 2a + 2b.$$

Отсюда,

$$P = 2 \cdot 2\frac{7}{8} + 2 \cdot 1\frac{3}{4} = 12 \cdot \frac{23}{84} + 2 \cdot \frac{7}{4} = \frac{23}{4} + \frac{14}{4} = \frac{37}{4} = 9\frac{1}{4} \text{ (дм)}.$$

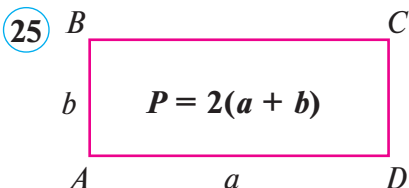
О т в е т: $9\frac{1}{4}$ дм.

Из двух способов вычисления периметра следует, что

$$2 \cdot \left(2\frac{7}{8} + 1\frac{3}{4} \right) = 2 \cdot 2\frac{7}{8} + 2 \cdot 1\frac{3}{4}.$$

Вообще, для любых десятичных или обыкновенных дробей a , b и c имеет место равенство:

$$c \cdot (a + b) = a \cdot c + b \cdot c.$$



Это равенство выражает **распределительный закон умножения**.

Чтобы умножить число на сумму, нужно умножить на это число каждое слагаемое и полученные произведения сложить.

Распределительный закон умножения имеет место и в случае, когда слагаемых больше двух.

Переход от произведений $(a + b) \cdot c$ и $(a - b) \cdot c$ к сумме $a \cdot c + b \cdot c$ и разности $a \cdot c - b \cdot c$ называют **раскрытием скобок**.

Обратно, переход от суммы $a \cdot c + b \cdot c$ к произведению $(a + b) \cdot c$ и от разности $a \cdot c - b \cdot c$ к произведению $(a - b) \cdot c$ называют **вынесением общего множителя за скобки**.

Распределительный закон умножения применяют для упрощения вычислений и часто при устном вычислении.

Пример 1. $4\frac{5}{9} \cdot 18 = \left(4 + \frac{5}{9}\right) \cdot 18 = 4 \cdot 18 + \frac{5}{9} \cdot 18^2 = 72 + 10 = 82.$

Пример 2. $12\frac{10}{17} \cdot 3\frac{5}{19} + 6\frac{7}{17} \cdot 3\frac{5}{19} = 3\frac{5}{19} \cdot \left(12\frac{10}{17} + 6\frac{7}{17}\right) = 3\frac{5}{19} \cdot 19 =$
 $= \left(3 + \frac{5}{19}\right) \cdot 19 = 3 \cdot 19 + \frac{5}{19} \cdot 19^1 = 57 + 5 = 62.$

Пример 3. $18\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{7} - 3\frac{1}{7} \cdot 8\frac{4}{5} = 3\frac{1}{7} \cdot \left(18\frac{4}{5} - 8\frac{4}{5}\right) = 3\frac{1}{7} \cdot 10 =$
 $= \left(3 + \frac{1}{7}\right) \cdot 10 = 3 \cdot 10 + \frac{1}{7} \cdot 10 = 30 + \frac{10}{7} = 30 + 1\frac{3}{7} = 31\frac{3}{7}.$

Пример 4. $\frac{4}{7}a + \frac{5}{14}a = \left(\frac{2/4}{7} + \frac{1/5}{14}\right)a = \left(\frac{8}{14} + \frac{5}{14}\right)a = \frac{13}{14}a.$

Пример 5. $\frac{3}{4}b - \frac{2}{5}b = \left(\frac{5/3}{4} - \frac{4/2}{5}\right)b = \left(\frac{15}{20} - \frac{8}{20}\right)b = \frac{7}{20}b.$

В простейших случаях такая замена будет лишней.

Пример 6. $\frac{3}{5}a + \frac{2}{5}a = a$, так как $\frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{5} = 1.$

Пример 7. $\frac{5}{11}b - \frac{3}{11}b = \frac{2}{11}b$, так как $\frac{5}{11} - \frac{3}{11} = \frac{5-3}{11} = \frac{2}{11}.$

380. 1) Сформулируйте распределительный закон умножения и объясните его на примерах.



2) Что понимают под раскрытием скобок?

3) Что такое вынесение общего множителя за скобки?

381. Вычислите удобным способом:

1) $11\frac{5}{7} \cdot 4\frac{4}{11} - 4\frac{4}{11} \cdot 6\frac{5}{7}$; 2) $3\frac{1}{3} \cdot 15\frac{12}{13} - 3\frac{1}{3} \cdot 6\frac{12}{13}$.

382. Вычислите: 1) $1\frac{5}{12} \cdot \frac{3}{34} + 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{31}{34}$; 2) $10\frac{2}{3} \cdot 2\frac{2}{5} - 2\frac{2}{5} \cdot 5\frac{1}{2}$.

383. Найдите числовое значение выражения:

1) $9\frac{3}{4} \cdot (x + y)$, где $x = 3\frac{1}{3}$; $y = 5\frac{1}{13}$;

2) $11\frac{3}{5}x - 5\frac{1}{3}y$, где $x = 2\frac{1}{2}$; $y = 1\frac{1}{5}$.

384. Вычислите: 1) $(\frac{5}{6} - \frac{3}{7}) \cdot 42$; 2) $(\frac{14}{15} - \frac{3}{5}) \cdot 15$; 3) $18 \cdot (\frac{8}{9} - \frac{5}{18})$.

385. Вычислите удобным способом:

1) $6\frac{5}{8} \cdot \frac{4}{9} + 2\frac{3}{8} \cdot \frac{4}{9}$; 3) $21\frac{9}{20} \cdot 10\frac{4}{15} + 21\frac{9}{20} \cdot 9\frac{11}{15}$;

2) $17\frac{4}{11} \cdot \frac{7}{10} - \frac{7}{10} \cdot 7\frac{4}{11}$; 4) $12\frac{13}{19} \cdot 4\frac{3}{5} - 7\frac{13}{19} \cdot 4\frac{3}{5}$.

386. Упростите выражение:

1) $\frac{3}{7}a + \frac{5}{14}a$; 2) $\frac{7}{9}a - \frac{5}{18}a$; 3) $6\frac{19}{25}c - \frac{2}{5}c$; 4) $2\frac{7}{12}b + 3\frac{5}{12}b$.

387. Упростите выражение:

1) $\frac{3}{14}a + \frac{15}{28}a - \frac{11}{35}a$; 2) $4\frac{5}{6}b - 2\frac{4}{9}b + 3\frac{1}{2}b$.

388. Какие три числа нужно стереть, чтобы все суммы

? оставшихся чисел, расположенных по вертикали и горизонтали, были равны (рис. 26)?

389. Известно, что число $52 \cdot 2 \cdot$ делится на 36. Найдите цифры сотен и единиц числа.

390. Упростите выражение:

1) $(3\frac{1}{4} + 2\frac{1}{2} + \frac{5}{8}) \cdot 6$; 2) $(6\frac{5}{12} - \frac{2}{3} + \frac{1}{12}) \cdot \frac{3}{4}$.

391. Сумма четырех чисел равна 210. Первое число составляет $\frac{2}{5}$ части этой суммы, второе число равно $\frac{1}{4}$ части первого, а третье — $\frac{3}{5}$ суммы первых двух. Найдите эти числа.

26	7	8	3	5
	2	9	4	7
	3	4	5	6
	6	2	3	4

392. Найдите $\frac{1}{11}$ часть суммы чисел $2\frac{5}{8}$ и $3\frac{9}{16}$.

393. Найдите $\frac{1}{19}$ часть разности чисел $7\frac{7}{9}$ и $4\frac{11}{18}$.

394. Упростите выражение $\frac{3}{7}a + \frac{4}{9}a - \frac{50}{63}a$ и найдите его значение, если: $a = 63$; $12\frac{3}{5}$; $1\frac{4}{5}$; 21.

395. Анвар, член кружка «Юный натуралист», для лучшего знакомства с природой, пошел в поход. Пройдя $\frac{5}{14}$ намеченного пути, он подсчитал, что оставшийся путь больше пройденного на 12 км. Сколько еще надо пройти Анвару (рис. 27)?



396. Проверьте вычисления:

1) $32 \cdot 2\frac{1}{8} = 32 \cdot 2 + 32 : 8 = 64 + 4 = 68$;

2) $78 \cdot \frac{12}{13} = 78 - 78 : 13 = 78 - 6 = 72$.

Составьте самостоятельно еще 4–5 подобных примеров.

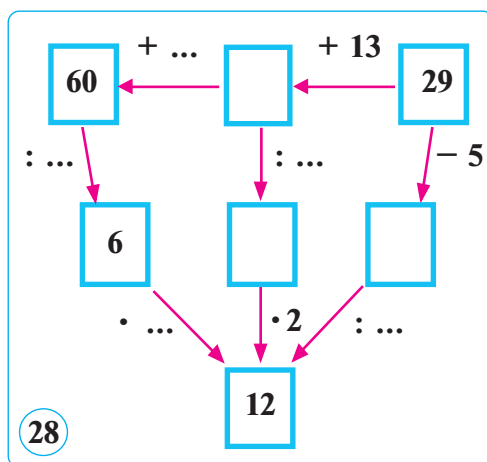
397. Турист за три дня прошел d км. В первый день он прошел 40 % пути, во второй — $\frac{1}{3}$ его часть. Какой путь он прошел в третий день?

398. Вычислите, пользуясь свойствами сложения и вычитания:

1) $\frac{15}{29} + \left(\frac{14}{29} - \frac{2}{3}\right)$;

2) $\left(1\frac{7}{25} + \frac{8}{9}\right) - \frac{7}{25}$.

399. Игра «Лабиринт». Заполните пустые места в лабиринте (рис. 28).



400. Автомобиль проехал 234 км пути. Ровная дорога составляет $\frac{7}{9}$, а дорога в гору — $\frac{2}{13}$ его пути. Оставшуюся часть пути нужно ехать в гору. Сколько километров составляет этот путь?

401. Ширина прямоугольника равна $2\frac{5}{8}$ дм, а длина — на 2,1 дм длиннее. Найдите его периметр двумя способами.

402. Найдите значение выражения:

$$1) \left(4\frac{7}{15} - 2\frac{3}{5}\right) \cdot 15; \quad 2) \left(1\frac{11}{17} + 2\frac{15}{34}\right) \cdot 34.$$

403. Какие числа можно вписать вместо звездочки (*):

$$1) \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{*} = \frac{*}{12}; \quad | \quad 2) \frac{2}{*} \cdot \frac{*}{7} = \frac{8}{21}; \quad | \quad 3) \frac{*}{8} \cdot \frac{3}{5} = \frac{3}{*}; \quad | \quad 4) \frac{1}{*} \cdot \frac{1}{*} = \frac{*}{18}?$$

404. Упростите выражение $1\frac{5}{6}a + 2\frac{1}{4}a$ и найдите его числовое значение, где: $a = \frac{6}{11}$; $\frac{4}{9}$; 6; 4; 12.

405. Вычислите и найдите число, обратное результату:

$$1) 3\frac{5}{8} \cdot 0,48 + 3,625 \cdot 0,52; \quad 2) 17\frac{8}{15} \cdot 3,8 - 7\frac{8}{15} \cdot 3,8.$$

406. Вычислите удобным способом:

$$1) 2\frac{5}{13} \cdot 14\frac{61}{72} - 1\frac{61}{72} \cdot 2\frac{5}{13}; \quad 2) 7\frac{3}{11} \cdot 4\frac{3}{5} + 2\frac{8}{11} \cdot 4\frac{3}{5}.$$

407. Упростите выражение $2\frac{11}{15}x + 1\frac{3}{5}x - \frac{14}{15}x$ и найдите его числовое для данных x , где: $x = 5$; $\frac{5}{17}$; $2\frac{1}{17}$; 4,5.

408. Нужно отремонтировать a км дороги по улице Беруни. В первый день отремонтировали $\frac{4}{15}$ части, а во второй — $\frac{2}{5}$ части дороги. Сколько километров дороги еще нужно отремонтировать?

409. Длина прямоугольника равна $5\frac{3}{8}$ дм, ширина на 1,8 дм короче ее. Найдите периметр этого прямоугольника.

Знаменатель меняется
местами с числителем!
Тогда данная дробь станет
обратной!

$$\frac{k}{n} \longleftrightarrow \frac{n}{k}$$



Мы взаимно обратные!

Если у дроби $\frac{3}{5}$ поменять местами числитель и знаменатель, получим дробь $\frac{5}{3}$. Дроби $\frac{5}{3}$ и $\frac{3}{5}$ называются *взаимно обратными*. Итак, дроби $\frac{n}{k}$ и $\frac{k}{n}$ называются **взаимно обратными**, здесь k и n — натуральные числа.

Если перемножить две взаимно обратные дроби, то получим следующий результат: $\frac{k}{n} \cdot \frac{n}{k} = \frac{k \cdot n}{n \cdot k} = 1$.

Произведение взаимно обратных чисел равно единице. Два числа, произведение которых равно 1, называются **взаимно обратными** числами.

Например, числа 1,25 и 0,8 — взаимно обратны. Запишем их в виде обыкновенных дробей: $1,25 = \frac{5}{4}$; $0,8 = \frac{4}{5}$. Эти дроби взаимно обратны, так как $\frac{5}{4} \cdot \frac{4}{5} = 1$.

Пример 1. Найдем число, обратное числу $3\frac{1}{8}$. Пусть число, обратное данному x . Тогда $3\frac{1}{8} \cdot x = 1$, $\frac{25}{8} \cdot x = 1$; $x = \frac{8}{25}$.

П р о в е р к а. $3\frac{1}{8} \cdot \frac{8}{25} = \frac{25}{8} \cdot \frac{8}{25} = 1$. О т в е т: $\frac{8}{25}$.

Пример 2. Найдем число, обратное 0,85: $0,85 = \frac{17\cancel{85}}{100\cancel{20}} = \frac{17}{20}$. Чтобы найти число, обратное обыкновенной дроби, надо поменять местами ее числитель и знаменатель. Следовательно, число, обратное дроби $\frac{17}{20}$ равно $\frac{20}{17} = 1\frac{3}{17}$.

П р о в е р к а: $\frac{17}{20} \cdot \frac{20}{17} = 1$. О т в е т: $1\frac{3}{17}$.

Понятие «взаимно обратные числа» можно использовать при сравнении чисел. Для этого применяют следующее свойство.

Если $a > b$, то $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$. a и b — могут быть натуральными или дробными числами.

Пример 3. $5 < 7$, но для чисел, обратных им, имеет место неравенство $\frac{1}{5} > \frac{1}{7}$, то есть знак « $<$ » для обратных чисел меняется на знак « $>$ ».

Пример 4. Ясно, что $\frac{2}{3} > \frac{3}{5}$: $\frac{10}{15} > \frac{9}{15}$. Для $\frac{2}{3}$ обратной будет $\frac{3}{2}$; а для $\frac{3}{5}$ обратной — $\frac{5}{3}$. Между ними имеется связь $\frac{3}{2} < \frac{5}{3}$. Таким образом, $\frac{9}{6} < \frac{10}{6}$ (знак « $>$ » поменяли на знак « $<$ »).

Пример 5. Сравните дроби $\frac{2067}{2069}$ и $\frac{2071}{2073}$.

Найдем для каждой дроби обратную ей:

$$\frac{2069}{2067} = 1\frac{2}{2067}; \quad \frac{2073}{2071} = 1\frac{2}{2071}.$$

По правилу сравнения дробей с одинаковыми знаменателями: $\frac{2}{2067} > \frac{2}{2071}$, то есть $\frac{2069}{2067} > \frac{2073}{2071}$.

Между обратными дробями имеем знак « $>$ », тогда между самими дробями нужно поставить знак « $<$ »:

$$\frac{2067}{2069} < \frac{2071}{2073}.$$



- ✓ Чтобы найти дробь, обратную обыкновенной дроби, нужно поменять местами числитель и знаменатель.
- ✓ Число, обратное натуральному числу — это дробь с числителем 1 и знаменателем, равным этому натуральному числу.
- ✓ Для нуля нет обратного, так как на 0 делить нельзя!

- 410.** 1) Какие числа называются взаимно обратными?
2) Имеет ли каждое натуральное число обратное ему?
? Существует ли для нуля обратное ему число?
3) Как найти число, обратное смешанному числу?
4) Чему равно произведение взаимно обратных чисел?
Как называются числа, произведение которых равно 1?

411. (Устно.) Назовите числа, обратные: 1) $\frac{5}{8}$; 2) $\frac{10}{3}$; 3) $\frac{5}{5}$.

412. Для чисел: 10; 0,25; 2,1; $\frac{3}{14}$; $5\frac{1}{5}$; $\frac{1}{25}$ найдите обратные.

413. Являются ли следующие числа взаимно обратными:

- 1) $\frac{7}{16}$ и $2\frac{2}{7}$; | 2) 0,3 и 3; | 3) $6\frac{1}{4}$ и $\frac{4}{25}$; | 4) $1\frac{1}{3}$ и 0,9?

414. Найдите число, обратное: 1) сумме чисел $\frac{3}{4}$ и $\frac{1}{4}$; 2) разности чисел $2\frac{3}{4}$ и $1\frac{3}{10}$; 3) произведению чисел $\frac{5}{17}$ и $\frac{2}{5}$.

415. Будут ли полученные числа взаимно обратными, если к взаимно обратным числам $1\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{7}$: 1) прибавить $\frac{5}{6}$; 2) вычесть $\frac{1}{5}$?

416. Если каждое из взаимно обратных чисел 1,6 и 0,625:
1) разделить на 2; 2) умножить на 3, то будут ли полученные числа взаимно обратными?

417. Решите уравнения, пользуясь определением взаимно обратных чисел:

- 1) $\frac{7}{8} \cdot x = 1$; | 2) $x \cdot 1\frac{3}{20} = 1$; | 3) $5\frac{1}{2} \cdot x = 1$; | 4) $0,3 \cdot x = 1$.

418. Найдите значение выражения, пользуясь определением взаимно обратных чисел:

- 1) $\left(\frac{17}{69} \cdot \frac{4}{9}\right) \cdot \frac{9}{4}$; | 2) $3\frac{1}{3} \cdot \left(14\frac{5}{13} \cdot \frac{3}{10}\right)$; | 3) $\frac{4}{7} \cdot \left(2\frac{1}{3} \cdot \frac{5}{8}\right) \cdot 1\frac{3}{5}$.

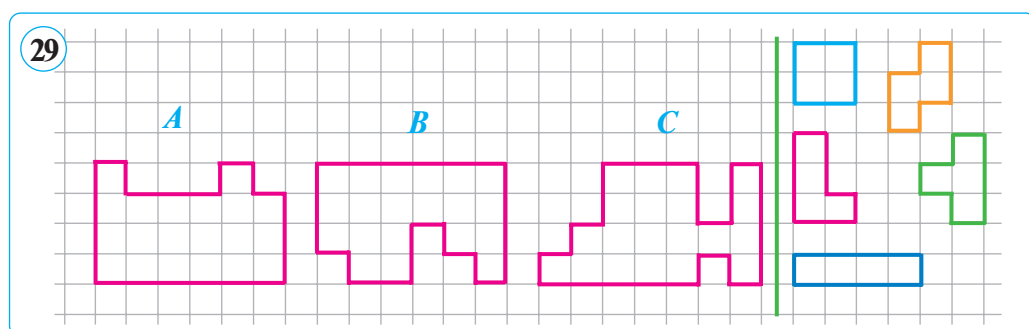
419. Выполните действия и найдите число, обратное результату:

- 1) $9\frac{1}{9} \cdot \frac{3}{41} + 14\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{4}$; 2) $4\frac{1}{2} \cdot 3\frac{1}{3} - 10\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{9}$.

420. Будет ли несократимой дробь, обратная несократимой дроби?

421. Одно из двух взаимно обратных чисел умножено на целое число k . На какое число следует умножить (или разделить) второе число, чтобы получились взаимно обратные числа?

422. Фигуры A , B и C на рисунке 2 составьте из пяти четырехклеточных фигурок. Решение срисуйте в свою тетрадь и закрасьте фигурки цветными карандашами.



423. Найдите значение выражения: $\frac{9}{13} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8}$.

Решение: $\frac{9}{13} \cdot \frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8} = \frac{9}{13} \cdot \left(\frac{8}{11} \cdot \frac{11}{8} \right) = \frac{9}{13} \cdot 1 = \frac{9}{13}$. О т в е т: $\frac{9}{13}$.

Из этого примера приходим к выводу::

если число k сначала умножить на b , а затем на обратное числу b , то в результате получим опять число k .

Вычислите по этому правилу:

1) $2\frac{1}{4} \cdot \frac{16}{17} \cdot \frac{17}{16}$; 2) $\frac{3}{11} \cdot 2,8 \cdot \frac{5}{14}$; 3) $\frac{8}{9} \cdot \frac{9}{8} \cdot 3,7$.

424. Найдите значение выражения:

1) $4\frac{87}{91} \cdot \frac{15}{19} \cdot \frac{19}{15}$; 2) $1\frac{4}{5} \cdot 3,14 \cdot \frac{5}{9}$; 3) $0,75 \cdot 1,4 \cdot 1\frac{1}{3}$.

425. Для данных чисел напишите обратные:

1) $\frac{5}{8}$, $\frac{4}{19}$, $\frac{14}{37}$; 2) $1\frac{2}{7}$, $10\frac{1}{3}$, $5\frac{3}{4}$; 3) 0,7; 0,95; 1,01.

426. Будут ли следующие числа взаимно обратными:

1) $\frac{9}{13}$ и $1\frac{4}{9}$; 2) 1,25 и 0,8; 3) 14 и $\frac{2}{11}$; 4) 2,5 и 4?

427. Туристам за два дня нужно пройти 26 км пути. В первый день они прошли $\frac{7}{13}$ части этого расстояния.

Какой путь им надо пройти во второй день?

428. Найдите разность между наибольшим и наименьшим значениями

выражения $1\frac{4}{5} \cdot x$, если $x = 1; 5; \frac{1}{3}; 2,5; 3\frac{1}{3}; 4,5$.

429. Сравните 0,8 части числа 15 и $\frac{3}{4}$ части числа 16.

430. Представьте число 2017 с помощью 13 цифр 2 и арифметических знаков действия.

431. Какое из чисел больше: $\frac{201620163}{201620167}$ или $\frac{201720173}{201720177}$?

432. Вычислите и найдите число, обратное результату:

1) $2,5 + \frac{13}{34}$; | 2) $4\frac{3}{8} - 2,8$; | 3) $4\frac{1}{2} + 2\frac{2}{3}$; | 4) $6,29 - 2,04$.

433. Решите уравнение, пользуясь определением взаимно обратных чисел:

1) $1,25 \cdot x = 1$; 2) $3\frac{1}{7} \cdot x = 1$; 3) $2\frac{3}{15} \cdot x = 1$.

434. Решите уравнение:

1) $\left(1\frac{5}{8} + \frac{19}{24} - 1\frac{1}{12}\right) \cdot x = 1$; 2) $\left(2\frac{23}{28} + 1\frac{5}{7} - 1\frac{13}{14}\right) \cdot x = 1$.

435. Для данных чисел найдите обратные:

$2\frac{7}{34}$, $1\frac{11}{45}$, 2,8; 1,05; 6,25; $4\frac{4}{21}$, $5\frac{19}{25}$.

436. Найдите числа, обратные сумме, разности, произведению и частному чисел $2\frac{4}{5}$ и 1,2.

437. Решите уравнение:

1) $\frac{7}{8}x + \frac{3}{4}x - 7 = 6$; 2) $2\frac{6}{7}x - 1\frac{6}{7}x - 8 = 7$.

438. Вычислите и найдите число, обратное результату:

1) $3\frac{5}{8} \cdot 0,48 + 3,625 \cdot 0,52$; 2) $17\frac{8}{15} \cdot 3,8 - 7\frac{8}{15} \cdot 3,8$.

439. Найдите значение выражения: 1) $\frac{11}{14} \cdot 1\frac{1}{7} \cdot \frac{14}{11}$; | 2) $3\frac{1}{7} \cdot 4,8 \cdot \frac{7}{22}$.

440. Решите уравнение: 1) $3\frac{1}{4} \cdot \frac{4}{13} \cdot 2,5 \cdot x = 1$; | 2) $\frac{9}{7}x - \frac{2}{7}x = 7$.

Рассмотрим задачу, которая подводит к понятию деления обыкновенных дробей.

Задача. Площадь прямоугольника $\frac{3}{4}$ м², ширина равна $\frac{5}{8}$ м. Найдите длину прямоугольника.

Решение. Примем длину прямоугольника за x . Тогда по условию задачи составим уравнение $\frac{5}{8} \cdot x = \frac{3}{4}$ (1).

Для деления дробей сохраняется правило деления целых (натуральных) чисел.

Из уравнения (1) находим: $x = \frac{3}{4} : \frac{5}{8}$ (2).

Выведем правило деления обыкновенных дробей.

Умножим обе части уравнения (1) на дробь, обратную дроби $\frac{5}{8}$, стоящей перед x : $\frac{5}{8} \cdot x \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$.

Используя для левой части свойство умножения, получим: $\left(\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5}\right) \cdot x = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$, но $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = 1$, следовательно, $x = \frac{3}{4} \cdot \frac{8}{5}$ или $x = \frac{3}{1} \cdot \frac{8^2}{4 \cdot 5} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$ (м).

Проверка. $\frac{5}{8} \cdot 1\frac{1}{5} = \frac{5}{8} \cdot \frac{6}{5} = \frac{1\cancel{5} \cdot \cancel{6}^3}{\cancel{4}^2 \cdot \cancel{5}_1} = \frac{3}{4}$.

Правая часть уравнения (1) также равна $\frac{3}{4}$. Таким образом, мы получили верное равенство: $\frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

О т в е т: длина прямоугольника равна $1\frac{1}{5}$ м.

Следовательно, можно сформулировать правило деления обыкновенных дробей.

Чтобы разделить дробь на дробь, нужно делимое умножить на дробь, обратную делителю:

$$\frac{k}{n} : \frac{p}{q} = \frac{k}{n} \cdot \frac{q}{p} = \frac{k \cdot q}{n \cdot p}, \text{ где } k, n, p, q \text{ — натуральные числа.}$$

Пример 1. $\frac{6}{7} : \frac{9}{10} = \frac{\cancel{2}^1 \cdot 6 \cdot 10}{7 \cdot \cancel{9}_3} = \frac{20}{21}.$

Если делимое или делитель является целым числом, то его нужно представить как дробь со знаменателем 1.

Пример 2. $15 : \frac{3}{4} = \frac{15}{1} : \frac{3}{4} = \frac{\cancel{15}_3^5 \cdot 4}{1 \cdot \cancel{3}_1} = \frac{20}{1} = 21.$

Пример 3. $\frac{8}{13} : 2 = \frac{8}{13} : \frac{2}{1} = \frac{\cancel{8}_2^4 \cdot 1}{13 \cdot \cancel{2}_1} = \frac{4}{13}.$

Однако, в последнем примере проще числитель разделить на целое число: $\frac{8}{13} : 2 = \frac{8:2}{13} = \frac{4}{13}.$

Если среди заданных чисел будет смешанное число, их надо перевести в неправильные дроби и только после этого выполнить деление.

Пример 4. $3\frac{3}{4} : 2\frac{1}{8} = \frac{15}{4} : \frac{17}{8} = \frac{15 \cdot \cancel{8}_2^4}{4 \cdot 17} = \frac{30}{17} = 1\frac{13}{17}.$

Если среди заданных чисел будет десятичная дробь, то сначала надо представить ее в виде обыкновенной дроби и только после этого выполнить деление.

Пример 5. $2\frac{1}{4} : 0,9 = \frac{9}{4} : \frac{9}{10} = \frac{\cancel{9}_3^1 \cdot 10^5}{4 \cdot \cancel{9}_1} = \frac{5}{2} = 2,5.$

Пример 6. $1,2 : \frac{3}{7} = \frac{6}{5} : \frac{3}{7} = \frac{\cancel{6}_3^2 \cdot 7}{5 \cdot \cancel{3}_1} = \frac{14}{5} = 2,8.$



✓ На ноль делить нельзя!

✓ Деление можно выполнить на любое, не равное нулю, число.

441. 1) Как выполняется деление дроби на дробь?

? 2) Как выполняется деление дроби на натуральное число?

3) Как выполняется деление смешанных чисел?

Выполните деление (**442–447**):

442. 1) $\frac{2}{5} : \frac{3}{7};$ 2) $\frac{1}{8} : \frac{1}{4};$ 3) $\frac{1}{2} : \frac{4}{5};$ 4) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4};$ 5) $\frac{7}{9} : \frac{4}{18}.$

443. 1) $6 : \frac{1}{4};$ 2) $5 : \frac{5}{6};$ 3) $10 : \frac{5}{9};$ 4) $\frac{13}{16} : 26;$ 5) $\frac{6}{7} : 3.$

444. (Устно) 1) $1 : \frac{1}{5}$; | 2) $1 : \frac{7}{10}$; | 3) $1 : \frac{8}{9}$; | 4) $1 : \frac{9}{10}$; | 5) $1 : \frac{3}{4}$.

445. 1) $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$; | 2) $2\frac{5}{8} : 1\frac{3}{4}$; | 3) $5\frac{1}{9} : 7\frac{2}{3}$; | 4) $10\frac{4}{5} : 5\frac{2}{5}$.

446. 1) $\frac{5}{6} : 1\frac{2}{3}$; | 2) $3\frac{1}{7} : \frac{4}{7}$; | 3) $\frac{15}{38} : 1\frac{1}{19}$; | 4) $7\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$.

447. 1) $\frac{5}{7} \cdot \frac{7}{12} : \frac{5}{16}$; | 2) $\frac{9}{10} : \frac{5}{11} \cdot \frac{50}{21}$; | 3) $\frac{2}{9} \cdot \frac{3}{7} : \frac{5}{21}$; | 4) $\frac{7}{25} : \frac{3}{10} \cdot \frac{5}{6}$.

448. На сколько равных частей, площадью $0,3 \text{ м}^2$, можно разделить доску, площадью $2\frac{2}{5} \text{ м}^2$?

449. 1) Площадь прямоугольника $62\frac{9}{10} \text{ дм}^2$, а длина $8\frac{1}{2} \text{ дм}$.
Найдите периметр этого прямоугольника.

2) Площадь прямоугольника 52 см^2 , а ширина $6\frac{1}{2} \text{ см}$.
Найдите периметр этого прямоугольника.

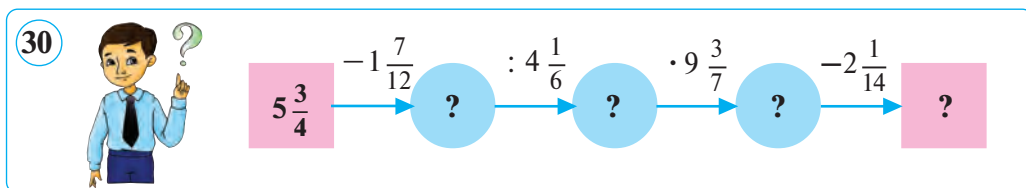
450. Заполните таблицу:

a	$\frac{7}{9}$	$1\frac{3}{5}$		5	$1\frac{24}{25}$	$8\frac{1}{3}$	$\frac{7}{10}$	
b	$\frac{3}{7}$		$\frac{5}{14}$		$1\frac{2}{3}$			$5\frac{1}{3}$
$a \cdot b$			1	10		1	$3\frac{1}{3}$	
$a : b$		$2\frac{1}{2}$						8

451. Выполните действия:

1) $\left(12 : 3\frac{3}{5} + \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{2}{3}$; 2) $\left(\frac{19}{21} : 1\frac{1}{21}\right) : \left(\frac{38}{41} : \frac{2}{41}\right)$.

452. Поставьте вместо знака вопроса нужное число:



453. Поезд за 3 часа 45 минут прошел путь в 225 км. Сколько километров поезд пройдет за 1 час?

454. Поезд проходит: 1) за $\frac{2}{3}$ часа — $40\frac{1}{2}$ км; 2) за $\frac{1}{2}$ часа — 25 км. Найдите сколько километров пройдет поезд за один час.

455. Скорость велосипедиста $11\frac{2}{5}$ км/ч (рис. 31). За какое время он преодолет 19 км? 38 км?



456. Замените буквы a, b, c, d такими цифрами, чтобы в результате получились верные равенства:

1) $aaaa + aaaa = baaac$; 2) $aaa + bbb = ccc$.

Выполните деление (**457–460**):

457. 1) $\frac{5}{8} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{4}{7} : \frac{5}{14}$; 3) $\frac{2}{3} : \frac{4}{9}$; 4) $\frac{14}{15} : \frac{2}{5}$.

458. 1) $7 : \frac{1}{7}$; 2) $6 : \frac{3}{5}$; 3) $1 : \frac{2}{7}$; 4) $1 : \frac{24}{25}$.

459. 1) $\frac{5}{7} : 10$; 2) $\frac{3}{5} : 3$; 3) $\frac{8}{11} : 6$; 4) $\frac{12}{35} : 12$.

460. 1) $4\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4}$; 2) $2\frac{4}{5} : 1\frac{2}{5}$; 3) $\frac{7}{9} : 2\frac{1}{3}$; 4) $8\frac{1}{2} : \frac{19}{20}$.

461. Площадь прямоугольника $31\frac{9}{20}$ дм², его длина $4\frac{1}{4}$ дм. Найдите периметр прямоугольника.

462. Поезд за 2 часа 15 минут прошел 135 км пути. Какой путь он пройдет за 1 час?

463. Решите уравнение:

1) $\frac{3}{5}x + \frac{2}{15}x = 10$; | 2) $(\frac{2}{3} + \frac{5}{7}x) \cdot 21 = 29$; | 3) $4\frac{1}{3}x - 2\frac{2}{3}x = 5$.

464. Найдите значение выражения:

$3\frac{4}{27} : a$, где $a = 1; \frac{5}{27}; 1\frac{8}{9}; \frac{17}{27}; 2; 5; 17; 0,17$.

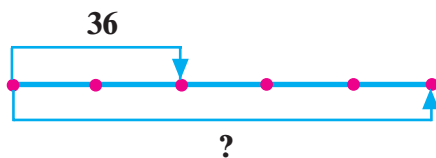


Четверть массы груш в
ящике — 10 кг.

Сколько килограммов
груш в ящике?

В некоторых случаях нужно найти число по его заданной части. Такие задачи решаются с помощью деления.

Задача. Абдурашид прочитал 36 страниц книги, что составляет $\frac{2}{5}$ части всей книги (рис. 32). Сколько страниц в книге?



32

Решение. По условию задачи $\frac{2}{5}$ части книги составляют 36 страниц. В этом случае можно найти сколько страниц составляют $\frac{1}{5}$ часть книги. Это по сравнению с 36 в 2 раза меньше, то есть имеем: $36 : 2 = 18$. Общее число страниц книги составляет $\frac{5}{5}$, то есть в 5 раз больше чем $\frac{1}{5}$. Следовательно, в книге $18 \cdot 5 = 90$ страниц. Таким образом, мы определили, что в книге 90 страниц.

Этот же результат можно получить одним действием — делением на дробь. Действительно,

$$36 : \frac{2}{5} = 18 \cancel{36} \cdot \frac{5}{\cancel{2}_1} = 90 \text{ (страниц).}$$

О т в е т: в книге 90 страниц.

В этой задаче мы нашли число по заданной его части.

Чтобы найти число по его части, нужно число разделить на дробь, выражающую его часть.

Однако в простых случаях, при устных вычислениях целесообразно выполнить такие два действия. Сначала находим одну долю данного числа, разделив данное число на числитель дроби. Затем полученное число умножаем на знаменатель дроби. Результат двух действий и будет искомым числом.

Пример. Найдите число, $\frac{3}{4}$ части которого равны 18.

Вначале найдем $\frac{1}{4}$ часть: $18 : 3 = 6$.

Следовательно, искомое число равно $6 \cdot 4 = 24$.

О т в е т: 24.

465. 1) Как найти число по данной его части?

? 2) Как найти данную часть числа? Какие действия при этом применяются? Объясните на примерах.

466. Устно найдите число, для которого: 1) $\frac{1}{2}$ часть равна 50; 3) $\frac{1}{4}$ часть равна 100; 2) 0,6 часть равна 12; 4) 0,8 часть равна 2,4.

467. Найдите число, для которого: 1) $\frac{5}{7}$ часть равна 35; 2) 0,25 часть равна 16; 3) $1\frac{3}{5}$ часть равна 0,8; 4) $\frac{7}{8}$ часть равна $2\frac{3}{4}$.

468. Чему равна площадь прямоугольника, если его длина $8\frac{2}{3}$ см, а ширина составляет $\frac{3}{13}$ части его длины?

469. Сад имеет форму прямоугольника. $\frac{2}{3}$ части сада занимают яблони, оставшуюся часть — груши. Яблони высажены на площади 900 м^2 . Какую площадь занимают груши?

470. В фермерском хозяйстве «Золотое зерно» собрали пшеницу с площади 480 га, что составляет $\frac{3}{4}$ всей площади. Какова площадь всего хозяйства?

471. Дети, отправившиеся в поход вдоль сая Шакимардан, прошли 4 км. Этот путь соответствует $\frac{2}{3}$ части намеченного маршрута. Какова длина всего маршрута (рис. 33)?



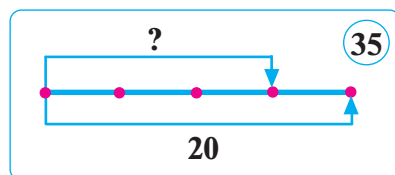
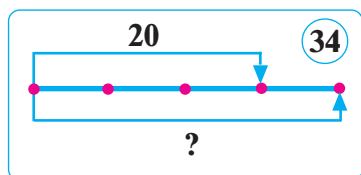
472. а) Проанализируйте задание. Есть ли между ними разница?

1) Найдите $\frac{3}{4}$ части числа 20.

2) Найдите число, $\frac{3}{4}$ части которого равны 20.

б) Объясните, используя чертеж (рис. 34), какую из вышеприведенных задач решал Исмаил, а какую Манзура.

473. Мамура опе 40 лет. Возраст ее дочери составляет $\frac{3}{10}$



части возраста ее мамы и $\frac{6}{31}$ частей возраста ее бабушки. Найдите возраст ее бабушки.

474. Найдите число, для которого: 1) $\frac{7}{15}$ частей равна 42; 2) 0,05 части равны 1,6; 3) $\frac{3}{5}$ части равны 1,8.

475. Велосипедист проехал 14 км за 3 часа. Какой путь он проедет с такой же скоростью за 5 часов?

476. Найдите длину отрезка AB , если: 1) $\frac{5}{9}$ его частей равны 15 см; 2) $\frac{2}{3}$ его части равны 5 дм.

477. $\frac{3}{5}$ длины прямоугольника равны 12 см. Найдите периметр прямоугольника, если его ширина составляет $\frac{3}{4}$ части длины.

- 478.** Два всадника одновременно поскакали навстречу друг другу из двух кишлаков. Первый всадник проскакал за $\frac{2}{3}$ часа 12 км, второй за $\frac{3}{4}$ часа — 15 км. Найдите расстояние между кишлаками, если они встретились через $2\frac{1}{2}$ часа (рис. 36).



- 479.** Велосипедист ехал 2 часа со скоростью $12\frac{3}{4}$ км/час, затем 3 часа со скоростью $10\frac{2}{5}$ км/час. С какой скоростью он должен ехать, чтобы на этот же путь потратить 4 часа?

- 480.** Вычислите:

$$1) \left(\left(13 - 2\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{10} \right) \cdot \left(\frac{2}{3} : \frac{4}{9} - 0,5 \right) : 3\frac{1}{7} \right) : 3\frac{2}{11};$$

$$2) \left(\left(2\frac{1}{4} \cdot 1\frac{1}{9} \cdot \frac{4}{15} - \frac{1}{3} \right) \cdot \left(9 - \frac{6}{7} : \frac{3}{14} \right) + 2\frac{1}{3} \right) \cdot 17\frac{1}{4}.$$

- 481.** Решите уравнение:

$$1) 2\frac{3}{5} : \left(x + 1\frac{3}{14} \right) - 1\frac{2}{5} = \frac{1}{3}; \quad 2) \left(x - \frac{3}{8} \right) \cdot \frac{8}{35} + 2\frac{2}{7} = 2\frac{3}{5}.$$

- 482.** Фермер Расул отвел под пшеницу 180 га земли. Эта площадь составляет $\frac{3}{4}$ части пахотной земли его хозяйства. Сколько га земли занимает пашня?

- 483.** В баке легковой машины «Кобальт» 40 л бензина. Машина тратит на каждые 100 км $8\frac{1}{8}$ л. Хватит ли бензина в баке на 450 км пути?

484. Куда надо сдвинуть одну цифру, чтобы равенство на рисунке 37 стало верным?

37 $101 - 102 = 1$

485. В первый день туристы прошли $\frac{5}{24}$ маршрута. Во второй день они прошли 0,8 части от пройденного в первый день. Какова общая длина маршрута, если во второй день пройдено 24 км?

486. Выполните действия и найдите число, обратное результату:

1) $9\frac{1}{6} : \frac{11}{24} - 3\frac{1}{9} \cdot 1\frac{2}{7}$;

2) $2\frac{1}{7} : 1\frac{17}{28} + 4\frac{1}{9} \cdot 2\frac{7}{37}$.

487. Из Ташкента и Янгйюля одновременно навстречу друг другу выехали два велосипедиста. Найдите расстояние между городами, используя рисунок 38.



488. Собранный виноград разложили в 3 корзины. В первой корзине была треть урожая, во второй — $\frac{2}{5}$ его части, в третью корзину поместили оставшиеся 20 кг винограда. Сколько всего винограда было собрано?

Изучаем английский язык!



умножение — multiplication

множитель — multiplier

распределительный закон —
distributive law

сочетательный закон —
associative law

переместительный закон —
commutative law

взаимно обратные числа —
reciprocal numbers

ТЕСТ 4**Проверьте себя!**

1. Умножьте число на дробь: $48 \cdot \frac{7}{12}$.

- A) 28; B) 47; C) 84; D) 35.

2. Умножьте дробь на число: $\frac{13}{17} \cdot 85$.

- A) 52; B) 65; C) 78; D) 55.

3. Вычислите: $\frac{32}{49} \cdot \frac{7}{8}$.

- A) $\frac{21}{49}$; B) $\frac{16}{56}$; C) $\frac{4}{7}$; D) $\frac{4}{8}$.

4. Вычислите: $2\frac{7}{8} \cdot 1\frac{1}{23}$.

- A) $\frac{23}{8}$; B) 2; C) $\frac{1}{8}$; D) 3.

5. Вычислите: $3\frac{6}{7} : 2\frac{4}{7}$.

- A) 1,5; B) $\frac{2}{3}$; C) 7 : 4; D) 1,8.

6. Выполните деление: $\frac{27}{49} : \frac{18}{35}$.

- A) $\frac{14}{15}$; B) $1\frac{1}{14}$; C) 1,5; D) 7 : 5.

7. Решите уравнение: $\left(2\frac{8}{9} : 1\frac{4}{9} - \frac{2}{3}\right) \cdot x = 1$.

- A) $2\frac{1}{3}$; B) 2; C) $1\frac{1}{3}$; D) 0,75.

8. Площадь прямоугольника равна 32 см^2 , а ширина $3\frac{1}{5} \text{ см}$.
Найдите длину этого прямоугольника.

- A) 6,4 см; B) 10 см; C) 2 см; D) 96 см.

Для сравнения двух чисел кроме понятий «больше», «меньше» и «равно», используют также понятие отношения.

Отношением чисел a и b называют результат деления числа a на число b .

Отношение чисел a и b можно прочесть также следующим образом: *отношение числа a к числу b* .

Если отношение будет больше 1, то оно показывает *во сколько раз* первое число *больше* второго.

Если отношение будет меньше 1, то отношение определяет *какую часть* второго числа составляет первое.

Для обозначения отношения чисел a и b используют знак деления ($:$) или дробную черту: $a:b$ или $\frac{a}{b}$.

Отношение удовлетворяет всем свойствам дробей.

Задача 1. За контрольную работу по математике 26 учеников получили оценки «4» и «5», 7 учеников оценку «3», а 2 ученика оценку «2». Найдите отношение числа учеников, получивших «3», к общему числу учеников.

Решение. Число учеников, писавших контрольную работу, равно $26 + 7 + 2 = 35$. Следовательно, отношение числа учеников, получивших «3», к общему числу учеников равно $7:35$ или $\frac{7}{35}$. Если сократить дробь $\frac{7}{35}$, то получим дробь $\frac{1}{5}$.

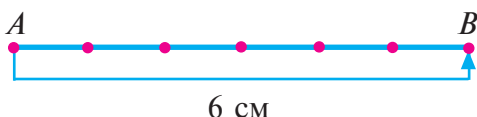
Таким образом, отношение числа учеников, получивших «3», к общему числу учеников равно $\frac{1}{5}$.

Для любых двух величин (например: длина, масса) можно рассматривать их отношение.

Задача 2. Пусть $AB=6$ см и $CD=4$ см (рис. 39). Отношение длины отрезка AB к длине отрезка CD равно $\frac{6}{4}$.

Так как $\frac{6}{4} = 1,5$, отрезок AB в 1,5 длиннее отрезка CD .

39



Кроме того, так как $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, длина отрезка CD составляет $\frac{2}{3}$ длины отрезка AB .

Задача 3. В одном мешке 48 кг, в другом 32 кг картофеля. Во сколько раз картофель в первом мешке тяжелее картофеля во втором мешке?

Решение. Запишем отношение $48 : 32$ и сократим каждый член отношения на НОД $(48, 32) = 16$. Получим $48 : 32 = 3 : 2$ и, наконец: $3 : 2 = \frac{3}{2} = 1,5$.

О т в е т: в 1,5 раза тяжелее.

Пример 1. Упростите отношение $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$.

Решение. $1\frac{1}{2} : \frac{2}{3} = \frac{3}{2} : \frac{2}{3} = \frac{9}{6} : \frac{4}{6} = 9 : 4$. **О т в е т:** $9 : 4$.

Следствие. Сначала обратили смешанное число в неправильную дробь, привели к общему знаменателю и умножили числители членов отношения на общий знаменатель 6.

Если величины заданы в разных единицах измерения, то сначала их нужно привести к одинаковым единицам измерения.

Пример 2. Найдите отношение 73 см к 2,92 м.

Решение. $\frac{73 \text{ см}}{2,92 \text{ м}} = \frac{73 \text{ см}}{292 \text{ см}} = 0,25$. **О т в е т:** 0,25.

По основному свойству дроби, отношение $\frac{4}{5}$ можно записать в виде: $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ (или $\frac{4}{5} = \frac{12}{15}$; $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$). Здесь записано равенство двух отношений, так как $\frac{4}{5} = 0,8$ и $\frac{8}{10} = 0,8$. Такое равенство называют *пропорцией*.

Равенство двух отношений называют **пропорцией**.

Общий вид пропорции: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ или $a:b = c:d$. Эту пропорцию читают так: «отношение a к b равно отношению c к d », или «отношение a к b такое же, как c к d ».



Числа, составляющие отношения, называются *членами пропорции*. В пропорции участвуют четыре члена. Числа a и d называют *крайними членами*, а числа b и c *средними членами* пропорции.

489. 1) Что называют отношением?



2) Сформулируйте основное свойство отношения.

3) Что называют пропорцией? 4) Почему равенства

$\frac{1}{2} = \frac{12}{24}$ и $\frac{2,1}{0,7} = \frac{18}{6}$ называют пропорцией? Назовите крайние (средние) члены этой пропорции.

490. (Устно) 1) Найдите отношение: 12 к 4; 2) 4 к 12; 3) 6,3 к 9; 4) 3 к $\frac{1}{9}$.

491. Запишите отношение в виде дроби и, если можно, сократите:

1) 18 : 72; 2) 14 : 28; 3) 10 : 13; 4) 10 : 15.

492. (Практическая задача) Возьмите свой дневник. Посчитайте сколько страниц заполнены и сколько не заполнены и составьте следующие высказывания.

Всего число страниц: ... ; из них заполнены ...; незаполнены

Задания:

- Найдите отношение числа незаполненных страниц к числу заполненных и сделайте вывод.
- Найдите отношение числа заполненных страниц к числу всех страниц.

- Какую часть составляет число незаполненных страниц к числу всех страниц?
- Во сколько раз число всех страниц больше числа заполненных страниц?
- Каких страниц больше: заполненных или незаполненных? Во сколько раз?

Вычислите отношение (493–494):

493. 1) $18 : 48$; 2) $30 : 65$; 3) $1\,000 : 125$; 4) $96 : 64$.

494. 1) 50 см к 2 м; 2) 20 мин к 2 часам.

Запишите отношение дробей как отношение целых чисел (495–497):

495. 1) $1,4 : 2,1$; | 2) $0,5 : 3,5$; | 3) $0,01 : 2$; | 4) $3,2 : 2,4$.

496. 1) $\frac{1}{3} : \frac{1}{7}$; | 2) $\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$; | 3) $\frac{2}{3} : \frac{1}{8}$; | 4) $\frac{4}{9} : \frac{5}{18}$.

497. 1) $3\frac{1}{7} : \frac{11}{14}$; | 2) $1\frac{1}{2} : \frac{3}{4}$; | 3) $\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$; | 4) $1\frac{1}{2} : 2\frac{1}{3}$.

498. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : 3\frac{1}{5} = 4$; 2) $1\frac{1}{2} : x = \frac{3}{8}$; 3) $x : 0,8 = 2\frac{1}{4}$.

499. Скорость мотоцикла равна 80 км/ч, а велосипедиста 16 км/ч. Во сколько раз скорость мотоциклиста больше скорости велосипедста?

500. Заполните пропуски в цепочке отношений:

1) $10 : 20 = 1 : \dots = 3 : \dots$; 2) $1 : 2,5 = 2 : \dots = \dots : 20$.

501. Упростите отношения: 1) $875 : 375$; 2) $144 : 180 : 1\,080$.
О б р а з ц. Каждый член отношения разделите на НОД его членов.

502. Пусть на животноводческой ферме принята норма на каждые 35 голов скота выделять 1 работника.

1) Сколько голов скота имеется на аналогичной животноводческой ферме, если на ней работают 315 работников?

2) Сколько работников необходимо животноводческой ферме, если на ней содержатся 23 коровы?

3) Сколько лишних работников на ферме, если в ней 700 коров и 24 работника? Сколько дополнительных средств каждый месяц получают работники, если зарплата равна 640 000 сумов?



503. Тренер детской футбольной команды должен выбрать одного из членов команды, чтобы поставить на ворота (рис. 40): Исмаил поймал 6 мячей из 15, Фузаил — 7 мячей из 17. У кого из них больше шансов стать вратарем?

504. Ребро первого куба равно 4 см. Ребро второго куба в 3 раза длиннее. Найдите: 1) ребра; 2) сумму длин всех ребер; 3) площади поверхностей; 4) отношение объемов этих кубов.

505. Определите какие из следующих отношений равны и составьте из них пропорции:

$$28 : 14; \quad 2\frac{1}{2} : 2; \quad 8 : 4; \quad \frac{1}{2} : \frac{2}{3}; \quad 3 : 10; \quad 2,7 : 3,6; \quad 3 : 0,3.$$

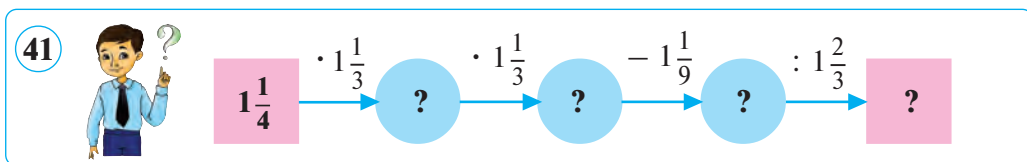
506. Скорость самолета 900 км/ч, а скорость легкового автомобиля 108 км/ч. Переведите эти величины в м/с и заполните свободные места в пропорции $900 : 108 = \dots : \dots$ соответствующими числами.

507. Объем одного сосуда 800 мл, другого 2,5 л. Переведите обе величины в: 1) миллилитры; 2) литры. Найдите их отношение, затем составьте пропорцию ($1 \text{ л} = 1000 \text{ мл}$).

508. Определите верны или неверны следующие равенства:

$$1) \quad 4\frac{1}{2} : 3\frac{1}{2} = 27 : 21; \quad 2) \quad \frac{47,4}{12} = \frac{3,16}{0,8}; \quad 3) \quad \frac{17,17}{8,5} = \frac{2,02}{0,1}.$$

509. Поставьте соответствующие числа вместо знака вопроса (рис. 41)?



510. Как, не вычисляя, найти значение выражения:

1) $65 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4 \cdot 4 : 4$; 2) $a \cdot b : b \cdot c : c \cdot d : d$?

511. Запишите отношение в виде дроби и, если можно, сократите ее:

1) $36 : 27$; 2) $25 : 65$; 3) $49 : 35$; 4) $119 : 63$.

512. Переведите отношение дробей в отношение натуральных чисел:

1) $\frac{51}{63} : \frac{17}{27}$; $1\frac{2}{13} : 2\frac{4}{13}$; $4\frac{1}{3} : 2\frac{5}{6}$; 2) $0,24 : 0,72$; $0,125 : 0,25$.

513. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : \frac{5}{7} = 8\frac{3}{4}$; 2) $72 : x = 9$; 3) $x : 3\frac{1}{7} = 1\frac{1}{20}$.

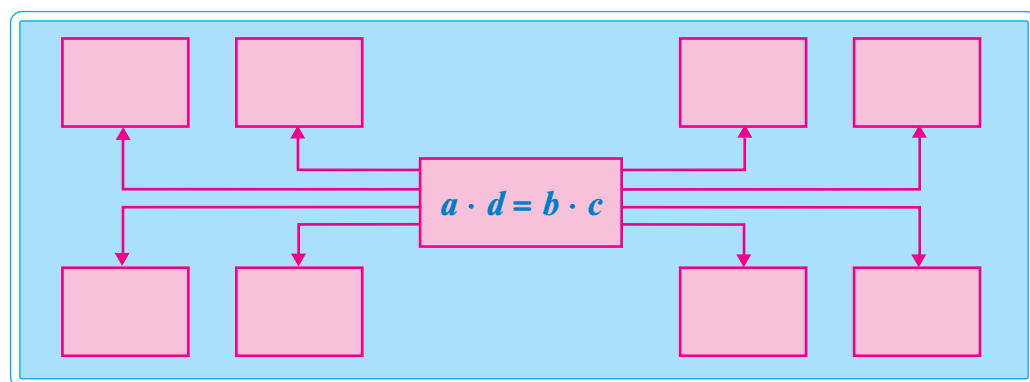
514. Определите верны или неверны следующие равенства:

1) $6 : 18 = 1 : 3$; 2) $43,4 : 3,1 = 0,7 : 0,28$; 3) $6 : 14 = 14 : 49$.

515. Найдите 3 пары чисел, отношение которых равно $2 : 5$. Составьте из них пропорциональную цепочку.

59–61

Основное свойство пропорции



Пример 1. Из пропорции $\frac{4}{5} = \frac{8}{10}$ следует равенство произведений $4 \cdot 10$ и $5 \cdot 8$.

Для пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (или $a : b = c : d$) имеет место равенство $a \cdot d = b \cdot c$. Обратно, для чисел a , b , c и d , не равных нулю, имеет место равенство $a \cdot d = b \cdot c$, отсюда получаем равенство $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, то есть числа a , b , c и d образуют пропорцию.

Равенство $a \cdot d = b \cdot c$ выражает **основное свойство пропорции**.

средние члены

$$a : b = c : d$$

крайние члены

$\longleftrightarrow a \cdot d = b \cdot c \longleftrightarrow$

Произведение крайних членов пропорции равно произведению средних членов.

Возможность получить различные пропорции из равенства $a \cdot d = b \cdot c$ показаны после заголовка.

Пример 2. Проверьте правильность пропорции:

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{48} = 20 : \frac{5}{6}.$$

Решение. $\frac{1}{2} \cdot \frac{5}{6} = \frac{1}{48} \cdot 20$. Эта пропорция верна, так как выполняется основное свойство пропорции: $\frac{5}{12} = \frac{5}{12}$.

Пример 3. Могут ли числа 8, 7, 14, 16 быть членами пропорции?

Решение. Так как $7 \cdot 16 = 8 \cdot 14$, то данные числа образуют пропорцию: $\frac{7}{8} = \frac{14}{16}$. **О т в е т:** да, могут.

Пример 4. Могут ли числа 1, 2, 3, 4 быть членами пропорции?

Решение. Так как $1 \cdot 3 \neq 2 \cdot 4$, $1 \cdot 4 \neq 2 \cdot 3$, $1 \cdot 2 \neq 3 \cdot 4$ то данные числа не образуют пропорцию.

О т в е т: числа 1, 2, 3, 4 не образуют пропорцию.

Пример 5. Найдите неизвестный член пропорции:

$$x : 12 = 4\frac{3}{4} : 7\frac{1}{8}.$$

Решение. $x = \frac{12 \cdot 4\frac{3}{4}}{7\frac{1}{8}} = \frac{12 \cdot \frac{19}{4}}{\frac{57}{8}} = \frac{12 \cdot \frac{19}{4} \cdot 8}{\frac{57}{8} \cdot 8} = \frac{12 \cdot 19 \cdot 2}{57} = \frac{456}{57} = 8.$

Пример 6. Найдите неизвестный член пропорции:

$$10,4 : 3\frac{5}{7} = x : \frac{5}{11}.$$

Решение.

$$x = \frac{10,4 \cdot \frac{5}{11}}{3\frac{5}{7}} = \frac{10,4 \cdot \frac{5}{11}}{\frac{26}{7}} = \frac{10,4 \cdot \frac{5}{11} \cdot 77}{\frac{26}{7} \cdot 77} = \frac{10,4 \cdot 5 \cdot 7}{26 \cdot 11} = \frac{14 \cdot \cancel{364}}{1 \cdot 26 \cdot 11} = \frac{14}{11} = 1\frac{3}{11}.$$

Нахождение неизвестного члена пропорции называют *решением пропорции*.

516. 1) Каким основным свойством обладает пропорция?

? 2) Почему равенство $\frac{3}{0,2} = \frac{60}{4}$ является пропорцией?

3) Что значит решить пропорцию?

517. Определите, какое из следующих равенств является пропорцией, используя его основное свойство:

1) $\frac{3}{4} = \frac{15}{20}$; 2) $\frac{17}{3} = \frac{51}{8}$; 3) $\frac{2,4}{0,1} = \frac{5}{0,02}$; 4) $\frac{8,4}{4} = \frac{10,5}{5}$.

Обоснуйте ответ.

518. Составьте четыре пропорции с отношением, равным:

1) 3; 2) 0,5; 3) $\frac{2}{7}$; 4) $\frac{3}{4}$.

О б р а з е ц. Например, пропорции с отношением, равным 5:

$45 : 9 = 50 : 10$; $55 : 11 = 75 : 15$; $0,5 : 0,1 = 3,5 : 0,7$;

$8,5 : 1,7 = 2,5 : 0,5$ и т. д. Такие пропорции можно составить, используя основное свойство дроби.

519. Составьте пропорцию, если это возможно, из данных четырех чисел:

1) 7; 9; 3; 21; 2) $\frac{2}{3}$; $\frac{1}{12}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{6}$; 3) 16; 12; 3; 4.

520. Составьте пропорцию, используя данные отношения:

$15 : 5$; $17 : 34$; $\frac{7}{12} : \frac{7}{36}$; $0,6 : 0,15$; $\frac{1}{2} : \frac{2}{3}$; $0,1 : 0,2$.

521. Олимпджон за 3,5 часа может пройти 14 км. За сколько часов он пройдет 8 км, двигаясь с той же скоростью?

522. Проверьте пропорцию двумя способами:

1) $18 : 6 = 75 : 25$; 2) $14 : 35 = 22 : 55$; 3) $21 : 3 = 42 : 6$.

523. 1) Крайние члены пропорции равны 8 и 15, а один из средних членов равен 10. Найдите другой средний член пропорции.

2) Крайние члены пропорции равны 28 и 10, а один из крайних членов равен 35. Найдите другой крайний член пропорции.

О б р а з е ц. Сначала составьте пропорцию, а затем найдите ее неизвестный член.

524. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 18 = 68 : 17$; 3) $28 : x = 7 : 9$; 5) $60 : 15 = x : 2$;
2) $18 : 5 = 72 : x$; 4) $x : 9 = 35 : 15$; 6) $55 : x = 5 : 3$.

525. Составьте все возможные пропорции:

1) $7 \cdot 18 = 21 \cdot 6$; 2) $3,5 \cdot 6 = 1,4 \cdot 15$; 3) $6 \cdot 21 = 14 \cdot 9$.

526. Решите уравнение:

1) $\frac{3x}{4} = \frac{9}{20}$; 2) $\frac{8}{7x} = \frac{24}{35}$; 3) $\frac{18}{52} = \frac{2x}{13}$; 4) $\frac{25}{44} = \frac{15}{4x}$.

527. Площади оснований двух прямоугольных параллелепипедов равны. Высота одного из них 6 см, а объем равен 72 см^3 . Найдите объем второго параллелепипеда, если его высота равна 7,2 см.

528. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $1\frac{1}{5}x : 1\frac{1}{3} = 5\frac{1}{4} : 2\frac{1}{3}$; 2) $1\frac{2}{5} : \frac{5}{6} = x : 1\frac{3}{7}$.

529. Составьте две пропорции, произведение крайних членов которых равно 36. Сколько таких пропорций можно составить? Объясните ответ и сделайте вывод.

530. Грузовик проехал расстояние 480 км со скоростью 60 км в час. Сколько километров проедет легковая машина со скоростью 80 км в час за такое же время?

531. Решите уравнение:

1) $\frac{7}{24} = \frac{2}{x-1}$; 2) $\frac{3}{2x-1} = \frac{1}{4}$; 3) $\frac{9}{2} = \frac{x+3}{4}$; 4) $\frac{5+x}{3} = \frac{7}{2}$.

532. Для тройки чисел 4, 12 и 20 найдите такое четвертое число, чтобы эти числа составили пропорцию. Сколько решений имеет задача?

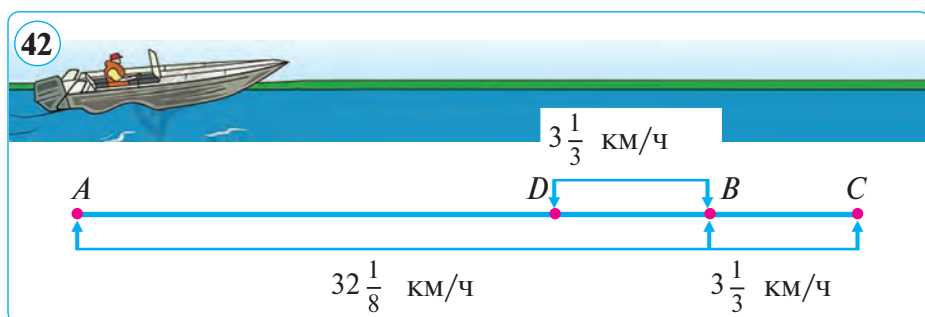
533. Два маляра за определенное время покрасили 19 м^2 поверхности. Сколько потребуется маляров, чтобы за это же время покрасить 133 м^2 поверхности?

534. Решите уравнение:

1) $\left(\frac{2}{3} + x\right) : 14 = \left(\frac{3}{2} + x\right) : 18$; 2) $(5x - 12) : \frac{3}{8} = 12,5 : 1\frac{9}{16}$.

535. Какое из следующих слов лишнее: отрезок, треугольник, тонна?

- 536.** Скорость течения реки равна $3\frac{1}{3}$ км/ч, а скорость моторной лодки в стоячей воде $32\frac{1}{8}$ км/ч. Найдите скорость моторной лодки по течению и против течения реки. Покажите на чертеже: 1) скорость лодки по течению реки; 2) скорость лодки против течения реки (рис. 42).



- 537.** Продолжите цепочку отношений:

$$\frac{72}{360} = \frac{24}{120} = \frac{\dots}{60} = \frac{6}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{5}.$$

Можно ли составить из этих отношений пропорцию (**538–539**):

- 538.** 1) $9:24$ и $3:8$; | 2) $1:9$ и $4:36$; | 3) $12:22$ и $11:6$?

- 539.** 1) $0,1:0,05$ и $0,8:0,4$; 2) $4\frac{1}{2}:3\frac{1}{2}$ и $13,5:10,5$?

- 540.** Пешеход за 3 ч прошел 10,5 км. Какой путь он пройдет за 4,5 ч, двигаясь с той же скоростью?

- 541.** Крайние члены пропорции равны 63 и 54, один из средних членов равен 42. Найдите второй средний член пропорции.

- 542.** Средние члены пропорции равны 12 и 60, один из крайних членов равен 24. Найдите другой крайний член пропорции.

- 543.** Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x:36 = 7:35$; | 2) $36:27 = 3,75:x$; | 3) $18:4 = x:12$.

- 544.** Составьте все возможные пропорции:

1) $6 \cdot 32 = 3 \cdot 96$; | 2) $4 \cdot 30 = 10 \cdot 12$; | 3) $1,25 \cdot 16 = 2 \cdot 10$.

- 545.** Можно ли составить из следующих чисел пропорцию:

1) 26, 39, 6, 9; 2) 8, 16, 19, 36; 3) 8, 14, 4, 7?

1. Правило пяти величин. Часто встречаются задачи, связанные с *правилом трех величин*. В них по известным трем числам нужно найти четвертое, пропорциональное им, число.

Задача. (Задача Абу Райхана Беруни.)

Сколько прибыли принесут за 3 месяца 8 дирхамов, если 10 дирхамов приносят за 2 месяца 5 дирхамов прибыли?

Решение. Задачу можно решить разными способами. Приведем один из них:

1) Предположим, что 8 дирхамов принесут за 3 месяца x дирхамов прибыли. Сведем данные в таблицу: дирхамы под дирхамами, месяцы под месяцами.

10	8
2	3
5	x

2) Так как речь идет об одной и той же сумме «вклада», доход от одного дирхама один и тот же. Составим следующее уравнение:

$$\frac{10}{8} \cdot \frac{2}{3} = \frac{5}{x} \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{x}.$$

В числителе стоят числа из левой колонки, а в знаменателе — из правой. Неизвестное x находим из последнего равенства: $x = 6$.

Ответ: 8 дирхамов за 3 месяца приносят 6 дирхам прибыли.

Этот метод Беруни решения задачи с помощью пропорции называют «*правилом пяти величин*».

В задаче по известным 5 величинам находят шестую — неизвестную величину x .

2. Упрощение пропорций. При изменении формы пропорция будет верной, если: 1) поменять местами члены каждого отношения; 2) поменять местами каждый из предыдущих или последующих членов; 3) увеличить (или уменьшить) все члены пропорции в одно и то же число раз.

Перечисленные способы помогают упростить пропорцию.

Пример. Упростите пропорцию: $\frac{1}{2} : \frac{1}{48} = 20 : \frac{5}{6}$.

Решение. Умножив все члены пропорции

$$\frac{1}{2} : \frac{1}{48} = 20 : \frac{5}{6} \text{ на } 48 \text{ (на НОК), найдем:}$$

$$24 : 1 = 960 : 40 \quad \text{или} \quad 24 : 1 = 96 : 4.$$

546. Замените отношение дробей отношением целых чисел:

- 1) $8\frac{6}{7} : 17\frac{5}{7}$; 3) $7,25 : 21,75$; 5) $1\frac{5}{8} : 1,3 : 0,39$;
2) $6\frac{14}{15} : 3\frac{7}{15}$; 4) $18,63 : 6,21$; 6) $0,66 : 0,11 : 1\frac{5}{6}$.

547. Сократите отношение:

- 1) $875 : 375$; 3) $144 : 180 : 1\,080$; 5) $825 : 1\,815 : 1\,155$;
2) $196 : 784$; 4) $315 : 357 : 693$; 6) $1\,560 : 1\,638 : 2\,028$.

548. Найдите неизвестный член отношения:

- 1) $x : 11\frac{3}{7} = 1\frac{1}{20}$; 3) $x : 4\frac{3}{4} = 2\frac{3}{19}$; 5) $10\frac{2}{13} : x = 1\frac{7}{26}$;
2) $x : 7\frac{5}{9} = \frac{27}{34}$; 4) $9\frac{2}{7} : x = 1\frac{6}{7}$; 6) $12\frac{1}{7} : x = 2\frac{3}{7}$.

549. На площади в 15 га посеяли 2,7 т зерна. Сколько зерна потребуется для посева на площади в 1 030 га?

550. 5 лошадей съедают за 3 дня 60 кг овса. Сколько овса потребуется для 7 лошадей на 8 дней?

551. Решите пропорцию (найдите x):

- 1) $\frac{3x+4}{28} = \frac{1}{4}$; 2) $\frac{3,8}{1,9} = \frac{18}{2x+7}$; 3) $\frac{2}{x-1} = \frac{1}{5}$; 4) $\frac{3}{4} = \frac{x-4}{8}$.

552. Для тройки чисел подберите такое число, чтобы из них можно было составить пропорцию:

- 1) 4; 5; 6; 2) 5; 7; 9; 3) 12; 16; 17; 4) $2\frac{1}{3}$; $4\frac{1}{2}$; 4.

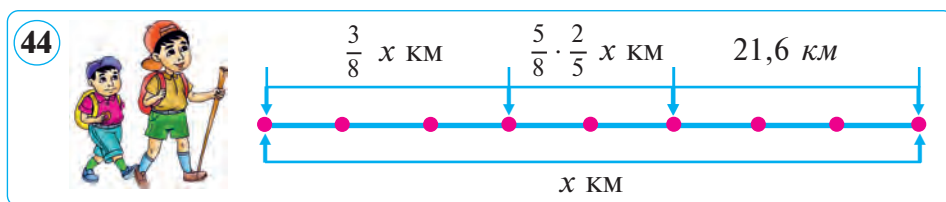
Сколько решений имеет задача? Обоснуйте ответ.

553. Пять насосов в течение 3 часов выкачали из канала 27 м³ воды. Сколько воды выкачают четыре таких насоса в течение 5 часов?

554. Найдите координату точки c , удовлетворяющей пропорции $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ (рис. 43).



- 555.** Найдите удельный вес воды, нефти, воздуха и снега в г/см^3 и кг/м^3 , если: 1) масса 1 л воды равна 1 кг; 2) масса 5 м^3 нефти равна 4 т; 3) масса $\frac{1}{3} \text{ м}^3$ воздуха равна 430 г; 4) масса снежного куба с ребром 5 см равна 1 412,5 г.
- 556.** (Старинная задача.) 100 синиц съедают за 100 дней 100 кг зерна. Сколько зерна съедят 10 синиц за 10 дней?
- 557.** Нужно покрасить школьный коридор длиной 56 м. На часть коридора, длиной 22 м потратили 8,25 кг краски. Сколько краски нужно для окрашивания оставшейся части коридора?
- 558.** При сушке яблоки теряют 84 % своего веса. Сколько нужно свежих яблок для получения 16 кг сушеных?
- 559.** Туристы за три дня должны были пройти некоторое расстояние. В 1 день они прошли $\frac{3}{8}$ части этого пути, во 2 день — $\frac{2}{5}$ оставшегося пути, а в 3 день — оставшиеся 21,6 км. Чему равен весь путь?
- Указание. Составьте уравнение и решите его (рис. 44).



- 560.** Продолжите цепочку отношений:
- $$\frac{80}{240} = \frac{40}{120} = \frac{\dots}{60} = \frac{10}{\dots} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{3}.$$
- 561.** Найдите неизвестный член пропорции:
- 1) $x : 36 = 7 : 35$; | 2) $36 : 27 = 3,75 : x$; | 3) $18 : 4 = x : 12$.
- 562.** Найдите неизвестный член отношения:
- 1) $x : 2\frac{1}{7} = 7$; | 2) $1\frac{1}{3} : x = \frac{1}{3}$; | 3) $x : 0,2 = 20$; | 4) $0,9 : x = 3$.
- 563.** За 4 кг черешни заплатили 20 000 сумов. Сколько нужно заплатить за 7 кг такой же черешни?
- 564.** Составьте три пропорции с отношением: 1) 0,25; 2) 2.
- 565.** Масса меди объемом 15 см^3 равна 133,5 г. Чему равна масса меди объемом 22 см^3 ?

Прямо пропорциональные и обратно пропорциональные величины — простейшие соотношения между величинами.

Сначала рассмотрим понятие прямо пропорциональных величин.

Задача 1. Машина проходит 70 километров пути за 1 час. Сколько километров пути пройдет эта машина, двигаясь с той же скоростью, за 1,5; 2; 3; 4; 4,5; 6; 7,5; 8 часов?

Оформим решение этой задачи в виде таблицы:

Время (час)	1	1,5	2	3	4	4,5	6	7,5	8
Скорость (км/ч)	70	70	70	70	70	70	70	70	70
Путь (км)	70	105	140	210	280	315	420	525	560

Проанализировав таблицу, приходим к такому выводу:

Вывод 1. Во сколько раз увеличится время, во столько же раз увеличится путь, пройденный с той же скоростью.

Машина прошла 105 км за 1,5 часа. Увеличим в два раза время в пути: $1,5 \cdot 2 = 3$ (часа). Тогда и пройденный путь увеличится в два раза: $210 : 105 = 2$ (раза).

Вывод 2. Скорость, то есть отношение пройденного пути ко времени, не изменится:

$$\frac{70}{1} = \frac{105}{1,5} = \frac{140}{2} = \dots = \frac{560}{8} = 70.$$

Величины называются **прямо пропорциональными величинами**, если с увеличением одной из них в k раз вторая также увеличится в k раз.

Если величины x и y прямо пропорциональные, то их связь задается формулой $\frac{y}{x} = k$ или $y = k \cdot x$, где k называют *коэффициентом пропорциональности* и k — натуральное число или дробь.

Задача 2. За 3 м ткани заплатили 11 400 сумов. Сколько стоят 8 м этой ткани?

Решение. 1 способ. Решим задачу, составив пропорцию.

$\downarrow$ 3 м — 11 400 сум. $\downarrow$ (3 м ткани соответствует 11 400 сум.)
 $\downarrow$ 8 м — x сум. $\downarrow$ (8 м ткани соответствует x сум.)



Обычно, знак ($\downarrow\downarrow$) «одинаково направленные» величины ставится, если величины прямо пропорциональны.

Составим пропорцию: $\frac{3}{8} = \frac{11400}{x}$ (или $3 : 8 = 11\,400 : x$).

По основному свойству пропорции:

$$3x = 11\,400 \cdot 8,$$

отсюда $x = 11\,400 \cdot 8 : 3 = 11\,400 : 3 \cdot 8 = 3\,800 \cdot 8 = 30\,400$ (сумов).

2 способ. 1 вопрос. Сколько стоит 1 м ткани?

$$11\,400 : 3 = 3\,800 \text{ (сумов).}$$

2 вопрос. Сколько стоит 8 м ткани?

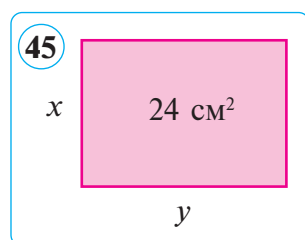
$$3\,800 \cdot 8 = 30\,400 \text{ (сумов).}$$

О т в е т: 8 м ткани стоит 30 400 сумов.

Еще одна зависимость, существующая между величинами — *обратная пропорциональность*. Познакомимся с задачей, приводящей к этому понятию.

Пусть вам принесли несколько вырезанных из бумаги прямоугольников с условием, что их площади одинаковы и равны 24 см^2 .

Обозначим смежные стороны прямоугольника (в см) x и y , а его площадь буквой S (рис. 45). Вы знаете, что эти величины связаны формулой $S = xy$. По условию, $xy = 24$. Составим следующую таблицу:



x (см)	1	2	2,4	3	4	5	12
y (см)	24	12	10	8	6	4,8	2
S (см ²)	24	24	24	24	24	24	24

Из таблицы видно, что значения x и y различны, а соответствующие произведения одинаковы (не меняются) и равны 24. Такие величины называются *обратно пропорциональными*, а число 24 *коэффициентом обратной пропорциональности*. Итак, если площадь прямоугольника сохраняется, то его стороны *обратно пропорциональны*.

Если одна из двух, связанных между собой, величин увеличится (уменьшится) в несколько раз, а вторая величина во столько же раз уменьшится (увеличится), то эти величины называются обратно пропорциональными величинами.

Если x и y обратно пропорциональны, то они связаны формулой $y = \frac{k}{x}$, здесь k — некоторое постоянное (натуральное или дробное) число. Например, если $x = 2,4$ см, из таблицы получаем $y = \frac{24}{2,4} = 10$ см. Теперь x , то есть 2,4, увеличим в 5 раз. Тогда $x = 2,4 \cdot 5 = 12$ и соответствующее ему значение y будет равно $y = \frac{24}{12} = 2$ см, то есть $y = 12 : 2,4 = 5$ уменьшится в 5 раз. При этом, несмотря на изменения длины и ширины прямоугольника, его площадь — произведение $xu = 24$ не изменится.

В жизни встречаются случаи, когда ищут целые решения. (Но поставленная математическая задача может иметь и дробное решение). В таких случаях приходится подбирать удобные целые числа по условию.

Задача 3. 4 рабочих выполняют некоторую работу за 32 часа. Сколько еще требуется рабочих для выполнения этой работы за сутки (производительность рабочих одинакова)?

Решение. Время для выполнения данной работы и число рабочих для ее выполнения обратно пропорциональны, то есть, если число рабочих увеличится в несколько раз, во столько же раз уменьшится время для выполнения этой работы. Обозначим число рабочих за x и запишем условие задачи в таблицу (1 сутки = 24 часам). Обычно, обратно пропорциональные величины обозначают противоположно направленными стрелками ($\downarrow \uparrow$).

Условие работы	Число рабочих	Время, час
1 случай	$\downarrow$ 4	$\uparrow$ 32
2 случай	$\downarrow$ x	$\uparrow$ 24

Получаем пропорцию $\frac{4}{x} = \frac{24}{32}$, откуда $x = \frac{4 \cdot 32}{24} = \frac{16}{3} = 5 \frac{1}{3}$.

Число рабочих не может быть дробным числом, поэтому их число равно 6, то есть нужно еще $6 - 4 = 2$ рабочих.

В этой задаче дополнительное число рабочих можно обозначить за x . Тогда получим следующую пропорцию:
 $\frac{4}{4+x} = \frac{24}{32}$, откуда получим $24 \cdot (4 + x) = 4 \cdot 32$.

О т в е т: Нужно еще 2 рабочих.

566. 1) Какие величины называют прямо пропорциональными? 2) Что называют коэффициентом пропорциональности? 3) Какие величины называют обратно пропорциональными? 4) Что называют коэффициентом обратной пропорциональности? 5) В чем разница между прямо и обратно пропорциональными величинами?

567. В городе легковая машина «Кобальт» на 100 км расходует 8,4 л бензина. Найдите:

1) Сколько бензина нужно машине «Кобальт» на путь в 250 км?

2) Какой путь проедет машина «Кобальт», если израсходует 33,6 л бензина?

568. Скорость грузовой машины 60 км/час. Какой путь она проедет за 1) 15 минут; 2) 20 минут; 3) 45 минут; 4) 2,5 часа; 5) 3,25 часа; 6) 4 часа; 7) 4 часа 15 минут? Представьте ответы в виде таблицы.

569. В какой из таблиц величины a и b связаны прямой пропорциональной зависимостью?

1)

a	1	2	3	4	5
b	5	10	15	20	25

2)

a	60	30	12	6	0,6
b	20	10	4	2	1

Чему равен коэффициент пропорциональности?

570. Масса медной проволоки длиной 5 м равна 430 г.

1) Чему равна масса проволоки длиной 4 м; 50 м; 12 км?

2) Чему равен коэффициент пропорциональности, связывающей величины массы и длины?

571. В таблице даны длины смежных сторон прямоугольника, площадь которого равна 80 см². Заполните таблицу.

1 сторона (см)	1	2		4		8	10
2 сторона (см)	80		16		4		

572. (Устно.) В какой из таблиц величины x и y связаны обратно пропорциональной зависимостью?

1)

x	1	2	3	6	9
y	18	9	6	3	2

2)

x	0,1	0,3	0,5	2	2,5
y	10	3	2	0,5	0,4

Чему равен коэффициент пропорциональности?

573. Легковая машина «Матиз» преодолевает расстояние между Ташкентом и Гулистаном со скоростью 80 км/ч за 1,5 часа. За сколько времени она проедет это расстояние со скоростью 75 км/ч?

574. Турист за 3,2 часа преодолел весь путь, идя со скоростью 4,5 км/ч. С какой скоростью он должен идти, чтобы пройти этот же путь за 2,4 часа?

575. Велосипедист проехал расстояние между Ташкентом и Янгиюлем за 2,5 часа со скоростью 12 км/ч. С какой скоростью он должен ехать, чтобы на этот же путь потратить: 1) 2 часа; 2) 2 часа 40 минут?

576. Расстояние между Ташкентом и Самаркандом 354 км. Какой должна быть скорость поезда «Афросиаб», чтобы проехать этот путь за 1) 2 часа; 2) 2 часа 10 минут (рис. 46)?



577. Пешеход прошел весь путь за 2,5 часа со скоростью 3,6 км/ч. Сколько времени он потратит на этот же путь, если будет идти со скоростью 5 км/ч?

578. Манзура прибавила к числителю и знаменателю дроби $\frac{11}{41}$ одно и то же число. Какое число прибавляла Манзура, если после сокращения получилась дробь $\frac{3}{8}$?

579. Легковая машина «Матиз» движется со скоростью 80 км/ч. Заполните таблицу, где t — время, s — соответствующее расстояние.

t (ч)	0,2	1,2	2,4	3	3,5	4
v (км/ч)	80	80	80	80	80	80
s (км)						

580. В какой из таблиц величины a и b связаны прямо пропорциональной зависимостью?

1)

a	1	2	3	4	5
b	4	8	12	16	20

2)

a	30	15	6	3	0,3
b	10	5	2	1	1

581. Нигора прошла 3 км пути за $\frac{2}{3}$ часа. За сколько времени она пройдет $\frac{3}{4}$ км?

582. В какой из таблиц величины x и y связаны обратно пропорциональной зависимостью?

1)

x	0,2	2	3	4	6,5
y	60	6	4	3	2

2)

x	1	2	3	5	6
y	30	15	10	6	5

Чему равен коэффициент пропорциональности?

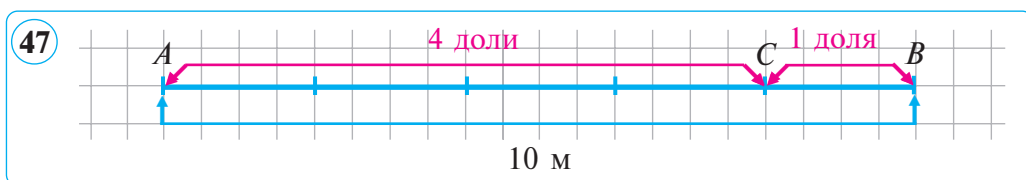
583. Самолет за 1,5 часа преодолевает расстояние 1 200 км. За сколько времени с такой же скоростью он пролетит 3 200 км?

584. 18 рабочих за 24 дня отремонтировали квартиры в многоквартирном доме. За сколько дней эту же работу выполняют 12 рабочих?

69–74

Применение прямой и обратной пропорциональности

Задача 1. Точка C делит отрезок AB , равный 10 см, в отношении 4 : 1. Найдите длины отрезков AC и CB (рис. 47).



Решение. Число всех долей $4 + 1 = 5$. Каждая доля равна $10 : 5 = 2$ (см), то есть $CB = 2$ см. Отрезок AC состоит из 4 долей, поэтому $AC = 2 \cdot 4 = 8$ (см).

Ответ: $AC = 8$ см, $CB = 2$ см.

Задача 2. Числа a и b пропорциональны числам 2 и 3. Сумма чисел a и b равна 100. Найдите эти числа.

Решение. Вначале нужно найти коэффициент пропорциональности. Обозначим коэффициент пропорциональ-

ности буквой k . Запишем условие задачи в виде равенств

$\frac{a}{2} = k$, $\frac{b}{3} = k$. Тогда $a = k \cdot 2$, $b = k \cdot 3$. Известно, что $a + b = 100$.

Откуда получим уравнение $k \cdot 2 + k \cdot 3 = 100$. Решим это уравнение, используя сочетательный закон умножения:

$k \cdot (2 + 3) = 100$. Итак $k = \frac{100}{2+3} = \frac{100}{5} = 20$. Теперь найдем

искомые числа: $a = 20 \cdot 2 = 40$, $b = 20 \cdot 3 = 60$.

О т в е т: 40 и 60.

Решенную задачу можно сформулировать и так: разложите число 100 на числа a и b , которые находятся в таком же отношении как 2 к 3.

Такого типа задачи решаются по следующему правилу.

Решим задачу по такому правилу:

1) $2 + 3 = 5$; 2) $\frac{100}{5} = 20$; 3) $a = 20 \cdot 2 = 40$; 4) $b = 20 \cdot 3 = 60$.

П р о в е р к а: $40 + 60 = 100$; $40 : 60 = 2 : 3$.

О т в е т: 40 и 60.

Задача 3. Разделите число 780 на четыре части, пропорциональные числам 1,5; 0,75; 0,4; 1,25.

Р е ш е н и е. Пусть x_1 , x_2 , x_3 и x_4 искомые числа. По условию задачи получим уравнение:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 1,5 : 0,75 : 0,4 : 1,25.$$

Заменим отношение дробей на отношение целых чисел:

$$x_1 : x_2 : x_3 : x_4 = 30 : 15 : 8 : 25.$$

$$k = \frac{780}{30+15+8+25} = \frac{780}{78} = 10, \quad x_1 = 10 \cdot 30 = 300,$$

$$x_2 = 10 \cdot 15 = 150, \quad x_3 = 10 \cdot 8 = 80, \quad x_4 = 10 \cdot 25 = 250.$$

О т в е т: 300, 150, 80, 250.

Задача 4. Числа a и b обратно пропорциональны числам 4 и 5. Найдите числа a и b , если их сумма равна 72.

Р е ш е н и е. Так как 72 разделено на две части обратно пропорциональные числам 4 и 5, то они прямо пропорциональны числам $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{5}$.

$$1) \quad \frac{5}{4}x + \frac{4}{5}x = \frac{5+4}{20} = \frac{9}{20}; \quad 2) \quad 72 : \frac{9}{20} = 8 \cdot 72 \cdot \frac{20}{9} = 160.$$

Найдем числа a и b по правилу деления числа на прямо пропорциональные этим числам части:

$$a = \frac{1}{4} \cdot 160 = 40, \quad b = \frac{1}{5} \cdot 160 = 32.$$

О т в е т: $a = 40, b = 32$.

Такого типа задачи решаются по следующему правилу.

Чтобы разделить некоторое число в обратно пропорциональной зависимости на части обратно пропорциональные данным числам, нужно разделить его на пропорциональные обратным этих чисел.

Задачи на проценты просто решаются с помощью пропорции.

Задача 5. Вареное мясо теряет 35% своей массы. Сколько сырого мяса надо взять, чтобы получить 780 г вареного?

Р е ш е н и е. Пусть x г масса сырого мяса. Вареное мясо составляет $100\% - 35\% = 65\%$ от его массы.

Теперь запишем условие :

$$\begin{array}{ccc} x \text{ г} & \text{—} & 100\% \\ \downarrow & & \downarrow \\ 780 \text{ г} & \text{—} & 65\% \end{array}$$

Составим пропорцию и решим ее:

$$\frac{x}{780} = \frac{100}{65} \Rightarrow x = \frac{12 \cdot 780 \cdot 100}{65} = 1200 \text{ (г)}.$$

Нужно взять 1 200 г сырого мяса, чтобы получить 780 г вареного.

О т в е т: 1 200 г или 1,2 кг.

Задача 6. Раствор состоит из 30 г соли и 170 г воды. Сколько процентов соли содержится в растворе?



Процентное содержание вещества в растворе (сплаве) равно отношению массы вещества к общей массе раствора (сплава), умноженной на 100 %:

$$\text{Процентное содержание вещества} = \frac{\text{масса вещества}}{\text{масса раствора}} \cdot 100\%.$$

Р е ш е н и е. По условию масса вещества (соли) равна 30 г, раствора (соль+ вода) $30 + 170 = 200$ (г). Найдем процентное содержание соли в растворе: $\frac{30}{200} \cdot 100\% = 15\%$.

Процентное содержание соли в растворе называется *концентрацией раствора*. «Концентрация соли равна 15 %» означает, что масса соли составляет 15 % массы раствора.

О т в е т: 15 %.

На самом деле это процент отношения двух чисел. Это вы проходили в 5 классе.

Задача 7. К 300 г 12 % солевого раствора добавили 100 г воды. Найдите процент полученного раствора?

Р е ш е н и е. Вначале найдем массу соли в растворе: $12\% = 0,12$, тогда $300 \cdot 0,12 = 36$ (г). Количество соли в разбавленном растворе не изменилось, но масса раствора увеличилась: $300 + 100 = 400$ (г). Отсюда найдем процентное содержание солевого раствора $\frac{36}{400} \cdot 100\% = 9\%$.

Задачу можно решить, также составив пропорцию.

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & 300 \text{ г} & \text{---} & 12\% & \downarrow \\ & 400 \text{ г} & \text{---} & x\% & \downarrow \end{array}$$

Составим и решим уравнение: $\frac{300}{400} = \frac{x}{12}$, $x = \frac{300 \cdot 12}{400}$, $x = 9\%$.

О т в е т: 9 %.

Задача 8. Сплавляли 180 г золота 920 пробы со 100 г золота 752 пробы. Найдите пробу полученного сплава (рис. 48).



Р е ш е н и е. В первом слитке чистое золото составляет 0,92 от 180 г, то есть $180 \cdot 0,92 = 165,6$ (г). А во втором слитке чистое золото составляет 0,752 от 100 г, то есть $100 \cdot 0,752 = 75,2$ (г). Следовательно, в полученном сплаве чистого золота $165,6 + 75,2 = 240,8$ (г). Общая масса сплава равна $180 + 100 = 280$ (г). Тогда его проба равна:

$$\frac{240,8}{280} \cdot 1000 = \frac{240800}{280} = 860.$$

О т в е т: 860 — проба полученного сплава.



Проба — перевод с латинского слова «*proba*», в значении «испытание», «оценивание».

Число, показывающее какую часть сплава составляет чистое золото (или такие драгоценные металлы как платина или серебро), называют *пробой*.

585. Точка C делит отрезок AB на две части в отношении $3:5$. Длина отрезка AB равна 48 см. Чему равна длина каждого отрезка?

586. Точка C делит отрезок KM на две части в отношении $5:4$. Длина отрезка KM равна 36 см. Чему равна длина каждого отрезка?

587. Разделите 840 г конфет в отношении: 1) $2:3$; 2) $13:8$.

588. Пряжа состоит из хлопковой и капроновой нитей. Их массы находятся в отношении $6:4$.

1) Сколько хлопка содержится в 1 кг 200 г пряжи?

2) Сколько капрона содержится в 2 кг 500 г пряжи (рис. 49)?

49



589. Тесьма для оформления подарков была разделена на две части в отношении $4:6$. Длина меньшей части 94 см. Найдите длину всей тесьмы.

590. Брат и сестра решили разделить плитку шоколада в соответствии их возрасту. Брату 14 лет, а сестре 12 лет.

1) Какая часть шоколада досталась брату?

2) Какая часть шоколада досталась сестре (рис. 50)?

50

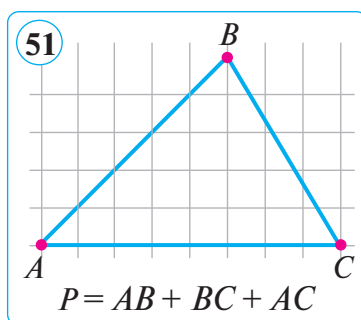


591. Числа 6, 18, 12 пропорциональны числам 4, 12, 8. Найдите коэффициент пропорциональности.

592. Веревка разделена на три части в отношении $5:7:13$. Самый длинный из кусков длиннее самого короткого на 2 м 88 см. Найдите длину каждого куска веревки.

593. Три числа, сумма которых равна 67,6, находятся в отношении $2:3:8$. Найдите разность между наибольшим и наименьшим числами.

594. Длины сторон треугольника пропорциональны числам 4, 9 и 6. Найдите длины его сторон, если длина: 1) наименьшей; 2) наибольшей; 3) средней стороны равна 36 см (рис. 51).



595. Добавьте еще три числа, определив закон построения этого ряда: 5, 10, 20, 40, ..., ..., ...

596. Разделите число 798 прямо пропорционально числам $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$ и $\frac{4}{5}$.

597. Найдите такие числа x , y , 36, чтобы они были пропорциональны числам: 1) 3, 1, 1; 2) $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{3}$.

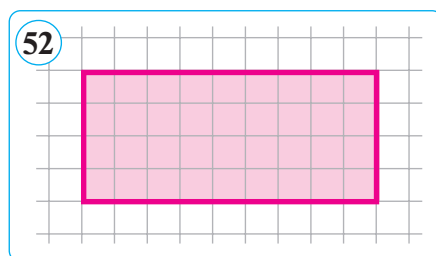
598. Разбейте число 22,4 на две части, обратно пропорционально числам 4 и 10; 3 и 5.

599. Разбейте число 540 на три части, обратно пропорционально числам 3; 4; 6.

600. Разбейте число 244 на четыре части, обратно пропорционально числам 1, 2, 3 и 5.

601. Разбейте число 765 на три части, обратно пропорционально числам $\frac{2}{3}$; 4 и $\frac{1}{2}$.

602. 1) Как можно разбить прямоугольник с измерениями 9×4 (рис. 52) на две равные части? Деление можно проводить только по линиям клеток. 2) В каком случае из полученных частей можно сложить квадрат?



603. Для трех тракторов на 2 дня нужно 90 л бензина. Сколько бензина нужно для двух таких же тракторов на 5 дней?

604. 6 кроликов за 40 дней съедают 90 кг корма. Сколько корма съедят 10 кроликов за 50 дней?

605. Из драпа шириной 1,1 м и длиной 126 м можно сшить 42 одинаковых пальто. Сколько таких пальто можно сшить из драпа шириной 0,9 м и длиной 110 м?

- 606.** 18 коровам на 35 дней нужно 7,56 т сена. Сколько сена нужно 12 коровам на 45 дней с таким же дневным рационом питания?
- 607.** Каждое из бревен различной длины распилили на одинаковое число поленьев. В результате число полученных поленьев было на 25 больше числа распиленных бревен. Сколько бревен было первоначально?
- 608.** Найдите процентное содержание соли в 400 г раствора, содержащем 16 г соли.
- 609.** Сколько воды нужно для получения 5 % солевого раствора, в котором содержится 400 г соли?
- 610.** В 800 г раствора содержится 50 г пищевой соли. Сколько соли содержится в 240 г раствора?
- 611.** Определите концентрацию соли в растворе, состоящем из 1 кг воды и: 1) 150 г; 2) 600 г; 3) 1 кг соли?
- 612.** Сплав состоит из 84 % олова, 10 % сурьмы, 4 % меди и 2 % висмута. Сколько каждого металла содержится в 120 кг сплава?
- 613.** Мотоциклист проехал 120 км пути. 40 % своего пути он ехал со скоростью 30 км/ч, а оставшийся путь он ехал со скоростью на 20 % меньшей. Сколько времени он потратил на весь путь?
- 614.** Баскетбольная площадка площадью 240 м^2 занимает 15 % школьной спортплощадки. А спортплощадка занимает 32 % школьной территории. Найдите площадь школьной территории (рис. 53).
- 615.** Найдите площадь квадрата со стороной a , где: $a = 3 \text{ см}$; 5 см ; 8 см ; 10 см ; 15 см . Будут ли площадь квадрата и его сторона в прямо пропорциональной зависимости? Почему?
- 616.** Зависимость между объемом стали и его массой прямо пропорциональна. Масса стали объемом 12 см^3 равна 15,6 г. 1) Какова масса стали объемом 12 см^3 ? 2) Какому объему соответствует сталь массой 23,4 г?



- 617.** При обмолоте зерна получается 81 % муки, 2 % манной крупы и 17 % отрубей. Сколько муки, манной крупы и отрубей получится из 2,5 т зерна?
- 618.** При засолке огурцов используют 8 % рассол для крупных огурцов, 7 % рассол для средних и 6 % для мелких. Сколько соли потребуется для получения: 1) 10 кг; 2) 16 кг; 3) 50 кг рассола?
- 619.** Изделие стоимостью b сумов сначала уценили на 25 %, затем на 20 %, а позже увеличили цену на 20 %. По какой цене теперь продается изделие? На сколько процентов надо увеличить цену изделия, чтобы оно продавалось по первоначальной цене?
- 620.** В двух магазинах одни и те же конфеты продавались по одинаковой цене. В первом магазине увеличили цену на 10 %, а через месяц еще на 20 %. В втором магазине цену конфет увеличили один раз на 30 %. Будет ли теперь цена конфет одинаковой?
Напоминание. Если вы затрудняетесь, то выберите удобную цену конфет, а затем выполните нужные действия.
- 621.** Плот за 6 часов проплыл по реке 14,4 км. За сколько часов проплывет этот плот 18 км, 28,8 км?
- 622.** В 100 м^3 воздуха содержится 21 м^3 кислорода. Сколько кубометров кислорода содержится в спортивном зале длиной 20 м, шириной 12 м и высотой 3,5 м?
- 623.** После уценки на 20 % ананас стал стоить 10 000 сумов. Найдите первоначальную цену ананаса (рис. 54).
- 624.** Первое число увеличили на 10 %, а второе на 25 %. На сколько процентов увеличилось произведение этих чисел?
- 625.** На одной железнодорожной ветке 8 м старых рельсов заменили на 12 м новых. Сколько метров рельсов потребуется на замену 240 м старых?
- 626.** Точка C делит отрезок AB на две части в отношении 4 : 3. Длина отрезка AB равна 63 см. Чему равна длина каждого отрезка?
- 627.** Разделите число 84 в отношении: 1) 5 : 16; 2) 8 : 13; 3) 11 : 10; 4) 2 : 19; 5) 17 : 4; 6) 1 : 6.



- 628.** Ленту разрезали на две части в отношении $8:3$. Длина большей части равна 72 см. Какой длины была лента?
- 629.** Разделите число 120 в отношении: 1) $4:5:3$; 2) $15:16:9$.
- 630.** Веревка разделена на три куса пропорционально $2:4:10$. Самый короткий кусок веревки короче самого длинного куска на 2 м 40 см. Найдите длину каждого куска веревки.
- 631.** Найдите стороны треугольника с периметром 120 м, если они прямо пропорциональны числам 5, 12 и 13.
- 632.** Пусть x и y — обратно пропорциональные величины. Заполните таблицу:

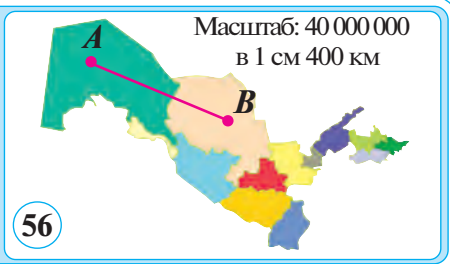
x	10		25	8		20	0,5		32	
y		40	$1\frac{3}{5}$		2,5	2		25		4

- 633.** Разделите число 36,8 на две части, обратно пропорционально числам 3 и 7.
- 634.** Разделите число 61 на четыре части, обратно пропорционально числам 1, 2, 3 и 5.
- 635.** Заполните пустую клетку, определив закономерность (рис. 55).

55	77	30	13	28	25	47	16		44
----	----	----	----	----	----	----	----	--	----

- 636.** Три курицы за 3 дня несут 9 яиц. Сколько яиц снесут шесть кур за 6 дней?
- 637.** Разделите число 84 на части, обратно пропорциональные числам 4 и 3.
- 638.** За 6,4 часа перевезли груз на пяти 1,5-тонных машинах. За сколько времени перевезут этот же груз на двух 2-тонных машинах?
- 639.** Цену книги удешевили на 15%. Сколько теперь стоит книга, если ее первоначальная цена была равна: 1) 6 000 сумов; 2) 10 000 сумов?
- 640.** Летом автомобиль на преодоление 100 км пути расходует 8 л бензина, а зимой 8,8 л бензина. На сколько процентов зимний расход бензина больше летнего?
- 641.** Для изготовления ювелирного изделия готовят сплав золота с серебром в отношении $5:8$. Найдите массу серебра в сплаве, если масса золота равна 20 г.

- Пусть длина отрезка AB на карте 2,2 см. А на местности?
- Ташкент и Термез разделяют 700 км. Сколько сантиметров на карте соответствуют этому расстоянию?



Еще одно применение пропорций — это понятие *масштаба*.

На рисунке 56 изображена карта Республики Узбекистан в *масштабе* $1 : 40\,000\,000$. Эта запись означает, что все реальные расстояния на чертеже уменьшены в $40\,000\,000$ раз. Поэтому на карте отрезок в 1 см соответствует $40\,000\,000$ см = 400 км. Говоря иначе, расстояния на карте будут прямо пропорциональны действительным

расстояниям: $\frac{1}{40\,000\,000} = 0,000000025$. Это число масштаб —

выполняет роль коэффициента пропорциональности.

При проектировании будущих зданий, подготовке чертежей машин, составлении карт используется масштаб. При этом выбирается (удобный) масштаб и все измерения уменьшаются.

Длина произвольного отрезка на чертеже и длина соответствующего ему реального отрезка являются прямо пропорциональными величинами.

Масштаб — это отношение расстояния на карте к реальному расстоянию.

Масштаб — это число, показывающее во сколько раз расстояние на карте меньше реального расстояния.

На карте, на чертеже могут применяться масштабы $M\ 1 : 100$, $M\ 1 : 1\,000$, Это масштабы чертежей, карт.

Например, $M\ 1 : 1\,000$ означает, что расстояние на чертеже относится к реальному как $1 : 1000$. Это означает, что для определения размера нужно размер на карте умножить на 1000 (увеличить в 1000 раз).

Для того чтобы показать укрупненно малые размеры изделий, используют масштабы $10 : 1$; $100 : 1$; Такой масштаб показывает, что размеры на чертеже увеличены в 10 раз, в 100 раз,

Задача 1. Масштаб чертежа $1 : 400$. Каковы реальные размеры спортплощадки, если на чертеже ее длина 50 см, ширина 40 см?

Р е ш е н и е. Пусть реальная длина спортплощадки x см. Составим пропорцию:

$$50 : x = 1 : 400, \text{ откуда } x = 50 \cdot 400 = 20\,000 \text{ (см)} = 200 \text{ (м)}.$$

Пусть реальная ширина площадки y см. Тогда,

$$40 : y = 1 : 400, \text{ т. е. } y = 40 \cdot 400 = 16\,000 \text{ (см)} = 160 \text{ (м)}.$$

О т в е т: длина спортплощадки 200 м, ширина 160 м.

Задачу можно решить короче. По условию задачи, чтобы найти реальное расстояние, нужно длину на чертеже умножить на 400.

$$50 \cdot 400 = 20\,000 \text{ (см)} = 200 \text{ (м)}; 40 \cdot 400 = 16\,000 \text{ (см)} = 160 \text{ (м)}.$$

Задача 2. Длина крыла букашки в масштабе $50 : 1$ равна 15 см. Чему равна его реальная длина?

Р е ш е н и е. Реальная длина крыла букашки в 50 раз меньше. Сначала длину крыла букашки переведем в миллиметры: $15 \text{ см} = 150 \text{ мм}$, обозначим реальную длину крыла за x мм.

Составим и решим пропорцию:

$$50 : 1 = 150 : x, \quad x = 150 : 50 = 3 \text{ (мм)}.$$

О т в е т: реальная длина крыла букашки равна 3 мм.

Задача 3. Самой маленькой птичкой в мире считают колибри. Ее длина от клюва до кончика хвоста равна 6 см. Пусть на чертеже длина колибри равна: 1) 3 см; 2) 2 см; 3) 1,5 см. Во сколько раз уменьшена ее длина (рис. 57)?

Р е ш е н и е. Рассмотрим 1 случай. Пусть длина колибри уменьшена в k раз. Мы знаем, что для нахождения этого числа нужно разделить его на соответствующее ему число. Поэтому реальная длина птички будет в $k = 6 : 3 = 2$ (раз) меньше или масштаб чертежа будет равен $1 : 2$.



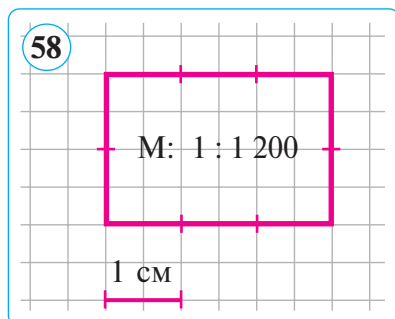
О т в е т: масштаб чертежа 1:2 (1:3; 1:4) или длина птички уменьшена в 2 раза (3 раза; 4 раза).

Задача 4. Виноградник имеет форму прямоугольника, его длина 360 м, ширина 240 м. Каковы будут измерения виноградника в масштабе 1:1 200 (рис. 58)?

Р е ш е н и е. На плане размеры виноградника показаны уменьшенными в 1200 раз.

Значит, длина виноградника на плане $\frac{360 \text{ м}}{1200} = \frac{3 \text{ м}}{10} = \frac{300 \text{ см}}{10} = 30 \text{ см}$.

А его ширина $\frac{240 \text{ м}}{1200} = \frac{2 \text{ м}}{10} = \frac{200 \text{ см}}{10} = 20 \text{ см}$.



Задачу можно было решить составив пропорцию. Пусть на плане длина виноградника x см. Составим пропорцию, принимая во внимание, что $360 \text{ м} = 36000 \text{ см}$:

$x : 36\,000 = 1 : 1200$, откуда $1200x = 36\,000$, т. е. $x = 30$ (см).

Если принять за y ширину виноградника на чертеже, то $y : 24\,000 = 1 : 1200$, откуда $1200y = 24\,000$, $y = 20$ (см).

О т в е т: на плане длина 30 см, ширина — 20 см.

642. 1) Что вы понимаете под масштабом? Приведите примеры.

2) В чем разница между масштабами 1:1, 1:100, 1:1000, ... и масштабами 10:1, 100:1, 1000:1, ... ?

643. На плане земельный участок изображен в масштабе 1:1 000. Расстояние между двумя точками на плане равно: 1) 1 см; 2) 1,7 см; 3) 4 см; 4) 5,5 см; 5) 7 см; 6) 10 см. Вычислите реальные расстояния.

644. Изобразите в масштабе 1:200: 1) отрезок длиной 5 м; 2) окружность радиуса 3,2 м.

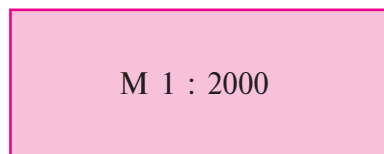
645. Расстояние между городами Ташкент и Наманган 432 км. Чему равно это расстояние на карте в масштабе 1:2 000 000?

646. Расстоянию на карте в 2,7 см соответствует 54 км. Чему равно реальное расстояние между городами, если на карте ему соответствует 12,6 см?

647. Масштаб чертежа $1 : 500$. Чему равны реальные размеры спортплощадки, изображенной на чертеже в виде прямоугольника с измерениями 40 см и 30 см?

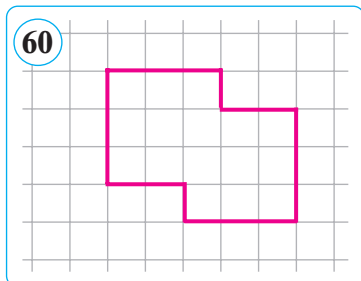
648. На рисунке 59 изображен участок земли в форме прямоугольника. Выполнив необходимые измерения, найдите периметр и площадь участка.

59



649. 1) Покажите, как разделить фигуру, изображенную на листе в клетку на две равные части (рис. 60). Разрешается разрезать только по линиям клеток.

60



2) В каком из полученных случаев из двух равных фигур можно составить квадрат?

650. Длина дома в масштабе $1 : 200$ равна 30 см. Чему равна реальная длина дома?

651. Не выполняя деление, докажите, что сумма $300\,300 \cdot 1\,008 + 3\,003 \cdot 100\,900$ делится на 2 017.

652. Масштаб карты $1 : 10\,000\,000$. Чему равны длины отрезков на карте, если соответствующие им реальные расстояния равны: 50 км; 150 км; 1 000 км?

653. На карте с масштабом $1 : 500\,000$ расстояние между двумя селами равно 24 см. Найдите это расстояние на карте с масштабом $1 : 200\,000$.

654. Норма посева зерна составляет 0,24 тонны зерна на 1 га. Сколько зерна нужно посеять на площади прямоугольной формы, если в масштабе $1 : 10\,000$ его длина равна 12 см, а ширина 10 см?

655. Норма посева льняного семени равна 0,5 ц на 1 га. Сколько зерна нужно посеять на площади прямоугольной формы, если на плане в масштабе $1 : 10\,000$ его длина равна 20 см, а ширина 15 см?

656. На чертеже в масштабе $1 : 3$ длина прямоугольника равна 24 см, а ширина 19,2 см. Чему равна длина и ширина этого прямоугольника в масштабе $1 : 12$? А в масштабе $1 : 18$?

657. В пустынях Африки можно встретить самых высоких жирафов. Их рост достигает 6 м. На рисунке 61 рост жирафа равен 4 см. Во сколько раз уменьшен рост жирафа на картинке? Определите масштаб.



658. Масштаб карты 1 : 1 500 000. Путь, пройденный мотоциклистом за 2 ч 40 мин изображен на карте отрезком 12,8 см. Какой была скорость мотоциклиста?

659. На плане спортзал изображен как прямоугольник со сторонами 50 см и 30 см. Определите измерения (длину и ширину) зала, если масштаб плана 1 : 120.

660. Расстояние между городами 500 км. Найдите масштаб карты, если это расстояние на карте равно 25 см.

661. Длина сада прямоугольной формы на плане равна 40 см, а ширина 30 см. Найдите действительные размеры сада, если план выполнен в масштабе 1 : 1 000.

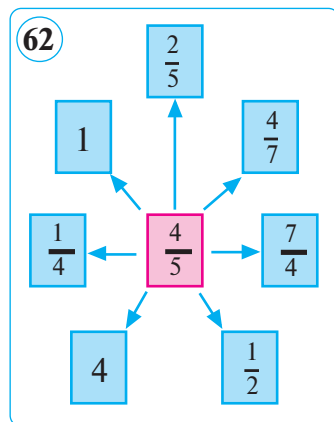
662. Расстоянию 40 км на чертеже соответствует 20 см. Чему равно реальное расстояние между двумя кишлаками, если на карте это расстояние равно 16 см?

663. Размер насекомого на рисунке 6 см. Его натуральный размер 0,5 см. Во сколько раз увеличено насекомое?

664. Число, находящееся в центре, разделите на остальные (рис. 62).

665. Каков масштаб плана участка земли с площадью 5 га, если он изображен в виде прямоугольника со сторонами 25 см и 20 см?

666. Стороны комнаты прямоугольной формы на плане 5 см и 3 см. Определите длину и ширину комнаты, если масштаб плана 1 : 300.



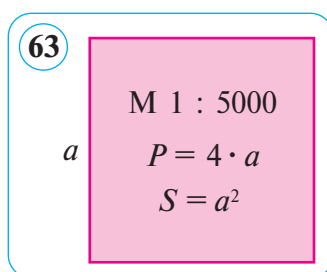
667. Масштаб плана 1 : 200. Чему равна длина отрезка на плане, если соответствующее расстояние на местности равно 20 м; 50 м; 250 м?

668. Из пшеницы получают 80 %, а из ячменя 75 % муки. На мельницу привезли 4 ц пшеницы и 5 ц ячменя. Какой муки получится меньше?

669. Скорость поезда 50 км/ч. За какое время пройдет поезд расстояние, которому на карте с масштабом 1 : 2 000 000 соответствует отрезок длиной 30 см?

670. Скорость автомобиля 80 км/ч. За какое время он преодолел путь, которому на карте в масштабе 1 : 1 000 000 соответствуют 24 см?

671. На рисунке 63 изображен участок земли в форме квадрата. Выполнив необходимые измерения, найдите действительный периметр и площадь участка.



672. Длина Сырдарьи равна 2 137 км. Округлите это число до сотых. Чему приблизительно равна длина реки на карте с масштабом 1 : 2 500 000?

673. На рисунке высота Ташкентской телевышки равна 7,5 см. Настоящая высота телевышки равна 375 м. Во сколько раз уменьшена ее высота на рисунке?

674. В 1 строке таблицы записана длина стороны квадрата, а во 2 строке — его периметр. Заполните эту таблицу.

a	4	50		1,5			2,4		3,5		9
P			36		4,4	0,1		5,2		28	

675. Расстояние между городами Ташкент и Термез 700 км. Этому расстоянию на карте соответствует 70 см. Найдите масштаб карты.

676. Как найти масштаб плана посевной площади в 20 га, изображенной на плане в виде прямоугольника с измерениями 50 см и 40 см?

Изучаем английский язык!



масштаб — scale
время — time

скорость — speed
отношение — ratio

пропорция — proportion
процент — percentage

ТЕСТ 5**Проверьте себя!**

1. Точка C делит отрезок AB на две части так, что $AC = 16$ см и $BC = 8$ см. Найдите отношение $\frac{AC}{AB}$.
- A) $\frac{2}{3}$; B) $\frac{3}{2}$; C) 2; D) $\frac{1}{2}$.
2. Какое из отношений соответствует отношению 6 км к 800 м?
- A) 400 : 3; B) 3 : 400; C) 2 : 15; D) 15 : 2.
3. Какие из отношений образуют пропорцию?
- 1) 26 : 5,2 и 39 : 7,8; 3) 10,5 : 3 и 31,5 : 9;
2) 7,5 : 2,5 и 2,5 : 1,5; 4) 1 : 2 и 1,6 : 3,5.
- A) 1; 3; B) 1; 2; C) 3; 4; D) 2; 4.
4. Найдите неизвестный член пропорции: $22,5 : x = 45 : 6$.
- A) 2,5; B) 6; C) 3; D) 4,5.
5. Поезд едет со скоростью 4 км/ч. Какое расстояние он пройдет за 2 часа 45 минут?
- A) 9,4 км; B) 8,6 км; C) 10 км; D) 11 км.
6. Машина ехала 3 часа 20 минут со скоростью 72 км/ч. С какой скоростью она должна ехать, чтобы преодолеть это же расстояние за 2 часа 40 минут?
- A) 96 км/ч; C) 90 км/ч;
B) 85 км/ч; D) 100 км/ч.
7. Расстояние между двумя городами 480 км. Масштаб карты 1 : 1 000 000. Чему равно расстояние между городами на карте?
- A) 4,8 см; B) 24 см; C) 96 см; D) 48 см.
8. Измерения сада прямоугольной формы на плане с масштабом 1 : 200 равны 50 см и 60 см. Найдите площадь сада.
- A) 1,2 га; B) 0,6 га; C) 6 га; D) 1 га.

Исторические сведения



В переводе с латыни слово «proportio» означает «со-размерность».

Великий греческий геометр Евклид в «Началах» много места отвел теории пропорций. Из пропорции $a : b = c : d$ Евклид вывел такие «производные пропорции»:

$$b : a = d : c; \quad a : c = b : d; \quad (a + b) : b = (c + d) : d;$$

$$(a - b) : b = (c - d) : d; \quad a : (a - b) = c : (c - d).$$



Абу Райхан Беруни
(973–1048)

Великий ученый, наш соотечественник, **Абу Райхан Беруни** (973–1048) был автором трудов по математике и многим другим наукам. Его сочинения, посвященные теории отношений, имеют важные практические применения.

Правило отыскания по трем членам a, b, c пропорции $a : b = c : x$ неизвестного ее члена x известно как «правило трех величин». Это правило приведено в одном из его произведений. Беруни предложил подобные правила и для 5, 7 и даже 15, 17 величин.

Приведем один из таких примеров.

Задача Абу Райхана Беруни. Кирпич имеет три измерения: 5, 4, 3 единицы. Цена 30 штук — 60 дирхемов. Сколько будут стоить 20 таких кирпичей с измерениями 8, 6, 2 единицы?

Решение. Пусть искомая цена равна x дирхемам. Данные задачи запишем в таблице:

Затем выписывается такое уравнение:

$$\frac{60}{x} = \frac{30}{20} \cdot \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{2}{8}.$$

Отсюда находим неизвестную цену: $x = \frac{60 \cdot 20 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 8}{30 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5}.$

Значит, $x = 64$ (дирхема).

О т в е т: 64 дирхема.

Этот простой и изящный метод решения задачи принадлежит Беруни, который изложен в его труде «Книга об индийском счете».

Решите сами задачу:

Для того чтобы построить стену длиной 18 м, шириной 0,8 м и высотой 2,1 м, потребуется 16 800 штук кирпичей. Какой высоты будет стена из 12 800 таких кирпичей с длиной 15 м, шириной 0,6 м? (Ответ: 1 метр.)

5	8
4	6
3	2
30	20
60	x

Глава V. Положительные и отрицательные числа. Целые числа

81–83

Положительные и отрицательные числа. Понятие о целых числах

Вы видели прибор, измеряющий температуру воздуха — термометр, знаете как он устроен (рис. 64).

- Что взято за начало измерения?
- Что означают другие написанные числа?
- Какая температура указана на термометре?
- Почему некоторые числа повторяются?

На вопрос «Какая сегодня температура?» вы слышите подобные ответы: «3 градуса тепла», «5 градусов холода».

При измерении температуры за начало отсчета принимают температуру замерзания воды. Поэтому вместо предложений «3 градуса тепла», «5 градусов холода» можно сказать «3 градуса выше нуля», «5 градусов ниже нуля» или $+3^{\circ}\text{C}$, -5°C .

Таким образом, при измерении температуры *положительных* натуральных чисел недостаточно, требуются новые числа -1 ; -2 ; -3 и т.д.. Такие числа называются *отрицательными числами*.

Пример. Прочитайте числа $+4$; -4 ; $+9$; -2 . Какие из них положительные, а какие отрицательные?

Положительные и отрицательные числа используются не только при измерении температуры, но также в географии при измерении глубины морей, в экономических задачах.

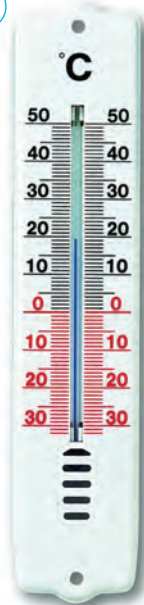
Натуральные числа (1, 2, 3, ...), числа, противоположные им (-1 , -2 , -3 , ...) и нуль (0) называют *целыми*.

Ряд чисел ..., -3 , -2 , -1 , 0, 1, 2, 3, ... называют *рядом целых чисел*.

В ряду целых чисел, числа 1, 2, 3, ... , расположенные правее 0, называют *натуральными или целыми положительными числами*.

В ряду целых чисел, числа -1 , -2 , -3 , ... , расположенные левее 0, называют *целыми отрицательными числами*.

64



лами. Ряд (множество) *целых чисел* обозначают буквой Z :

$$Z = \{..., -1, 0, 1, ...\}.$$

Число 0 разделяет натуральные (целые положительные) числа и целые отрицательные числа.

677. 1) Какие числа называют целыми числами?

? 2) Что вы понимаете под рядом целых чисел?

3) Какие числа называют положительными, отрицательными числами?

678. Используя знаки «+» и «-», запишите числа, встречающиеся в тексте:

1) Зима в Узбекистане холодная, а лето жаркое и долгое. В самом холодном месяце — январе, средняя температура на Устюрте 9° мороза, в южной части пустыни Кызылкум 0° , а в самой южной части Узбекистана 2° – 3° мороза. Температура в горах, в основном, зависит от месторасположения над уровнем моря. В летние месяцы температура на плоскогорье мало изменяется: в июле (самом жарком месяце) средняя температура на Устюрте 26° – 27° выше нуля, в Термезе поднимается до 30° жары. А в горах на каждые 100 м подъема температура понижается в среднем на $0,65^\circ$ – $0,70^\circ$. В северной части Узбекистана температура достигает 30° мороза. Были годы, когда температура понижалась до 40° мороза. В районе Термеза температура не падала ниже 20° мороза. Здесь часто зимы бывают теплыми.

2) Мингбулакская впадина в Кызылкуме — самая низкая точка в Узбекистане (на 12 м ниже уровня моря).

3) Гиссарская горная цепь (4 688 м над уровнем моря) — наивысшая точка Узбекистана.

679. Днем температура была $+22^\circ\text{C}$. Ночью упала на 10°C , а утром поднялась на 7°C . Найдите утреннюю температуру?

680. Наивысшая точка Узбекистана на 4 688 м выше уровня моря (Гиссарская горная цепь, Сурхандарьинская область), самая низкая точка на 12 м ниже уровня моря (Мингбулакская впадина). Найдите разницу между самой высокой и самой низкой точками.

- 681.** Предприниматель купил 4 платья, а позже продал их. Какую прибыль или убыток он получил с каждого платья? Заполните пустые клетки, перечертив в тетрадь следующие таблицы. Не забывайте пользоваться знаками «+» или «−» в правой таблице!

	Цена покупки (сум)	Цена продажи (сум)	Прибыль (сум)	Цена убыток (сум)	Цена покупки (сум)	Цена продажи (сум)	Выручка продаж (сум)
1.	115 000	120 000			115 000	120 000	
2.	122 000	120 000			122 000	120 000	
3.	50 000	48 000			50 000	48 000	
4.	45 000	48 000			45 000	48 000	
Всего							

- 682.** Заполните таблицу, поставив вместо многоточия знаки «+» или «−»:

Название города	Высота над уровнем моря	Средняя температура января, в °С	Средняя температура июня-июля, в °С
Маргилан	475 м = ...	4 °С мороза = ...	25 °С тепла = ...
Наманган	450 м = ...	7 °С мороза = ...	26 °С тепла = ...
Навои	347 м = ...	6 °С мороза = ...	28 °С тепла = ...
Джизак	460 м = ...	1 °С мороза = ...	32 °С тепла = ...
Самарканд	695 м = ...	10 °С мороза = ...	35 °С тепла = ...

- 683.** Нарисуйте термометр. Отметьте на нем следующие температуры:

+12 °С, −3 °С, +1 °С, −8 °С, +5 °С, +9 °С.

- 684.** На остановке в автобус вошло a человек и вышло из него b человек. Запишите, как изменилось число пассажиров автобуса. Объясните ответ, используя следующие значения: 1) $a = 5$, $b = 3$; 2) $a = 10$, $b = 12$; 3) $a = 7$, $b = 1$; 4) $a = 4$, $b = 9$.

При каких значениях задача не имеет решения?

685. Запишите вместо многоточий соответствующие по смыслу слова:

Высказывание	Его смысл
Температура поднялась до -7°C .	Температура на 7°C ...
После дождя уровень воды в реке поднялся на 12 см.	После дождя уровень воды в реке поднялся на 12 см.
Прибыль составила -50 сумов.	Товар продан с ... 50 сумов.
Доход составил 0 сумов.	Продажа состоялась без получения ...

686. У дяди Фузаила есть a сумов. b сумов он заплатил за коммунальные услуги. Сколько денег осталось у дяди Фузаила после выплат? Вычислите при значениях:
 1) $a = 50\,000$, $b = 36\,000$; 2) $a = 25\,000$, $b = 25\,000$;
 3) $a = 40\,000$, $b = 60\,000$. При каких значениях задача не имеет решения? Объясните ответ.

687. Сумма и произведение нескольких натуральных чисел равна 10. Найдите эти числа.

688. Найдите значение выражения:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 - \frac{1}{99}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{100}\right).$$

689. Какое из слов лишнее: положительное, уменьшаемое и отрицательное?

690. Площадь прямоугольника равна 33 см^2 , а периметр 28 см. Найдите стороны этого прямоугольника.

691. В группе туристов отношение числа мужчин к числу женщин, как 3:4. Какое из приведенных чисел не может быть числом туристов в группе?

А) 28 В) 21 Д) 23 Е) 35.

692. Температура воздуха днем была $+32^{\circ}\text{C}$. Вечером температура упала на 15°C , а утром поднялась на 6°C . Какая температура была утром?

693. Нарисуйте термометр. Отметьте на нем следующие температуры:

$+10^{\circ}\text{C}$, $+7^{\circ}\text{C}$, $+3^{\circ}\text{C}$, 0°C , -1°C , -5°C , -10°C .



Обычно, перед положительным числом не ставится знак плюс, но перед отрицательным числом знак минус необходим.

- 694.** Выпишите положительные и отрицательные числа отдельно: -4 ; -7 ; 15 ; 0 ; -19 ; 11 ; -21 ; 3 ; -25 ; 25 .
- 695.** Зумрад сейчас 18 лет. Сколько лет тому назад ей было:
1) 10; 2) 8; 3) 7; 4) 11 лет? Объясните смысл ответа.
- 696.** На станции метро «Алишер Навои» в вагон вошли k человек и вышли n человек. Запишите на сколько изменилось число пассажиров. Объясните ответ на примерах, при: 1) $k = 70$, $n = 80$; 2) $k = 50$, $n = 40$;
3) $k = 65$, $n = 50$; 4) $k = 72$, $n = 72$.
- 697.** Температура воздуха на улице -7°C , а в комнате $+26^\circ$. На сколько градусов температура на улице отличается от температуры в комнате?
- 698.** У тети Кумри есть a сумов. b сумов она выделила для покупок. В каком из следующих случаев тетя Кумри сможет сделать покупки: 1) $a = 15\,000$, $b = 11\,000$; 2) $a = 14\,000$, $b = 14\,000$; 3) $a = 15\,000$, $b = 17\,000$? В каких случаях не сможет сделать покупки? Какой будет долг в случае, когда у нее не хватит денег?
- 699.** Запишите температуру воздуха при помощи знаков «+» или «-»:
1) 36°C тепла; 3) 17°C тепла; 5) 7°C мороза;
2) 18°C мороза; 4) 1°C мороза; 6) 1°C тепла.

84–85

Координатная прямая. Изображение положительных и отрицательных чисел

Хотя температурная шкала расположена вертикально, она похожа на числовой луч.

Если температурную шкалу расположить горизонтально, то положительные числа на ней будут справа от 0, а отрицательные – слева от 0.

Примем направление, идущее вправо от точки O за *положительное*, а влево от точки O за *отрицательное*. На горизонтальной прямой за *положительное* направление принято направление слева направо, а на вертикальной прямой – направление снизу вверх. Обычно, положительное направление показывают *стрелкой*. Тогда противоположное направление называют *отрицательным*.

Начало отсчета — точка O делит координатную ось на два луча. Луч справа от нуля называется *положительным координатным лучом*. Луч слева от нуля называется *отрицательным координатным лучом* (рис. 65).



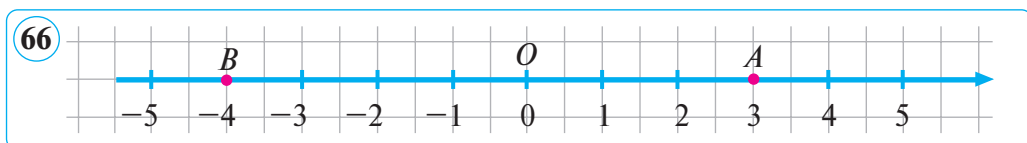
«Нуль» от латинского «nullus» — «ничего».

Теперь выберем *единицу измерения*. На координатной прямой, начиная от точки O , в *двух направлениях* откладываем *единичный отрезок*: справа от начала координат в точках деления будут положительные (натуральные) числа 1, 2, 3, ... , а слева отрицательные числа $-1, -2, -3, \dots$.

Прямая с выбранными на ней *началом координат*, *направлением и единицей измерения* называется *координатной прямой*.

Так как точке O соответствует число 0, то считаем, что ее координата равна 0 и пишем $O(0)$.

На рисунке 66 точке A соответствует число 3, точке B число -4 , то есть число 3 координата точки A , а число -4 координата точки B . Коротко это записываем $A(3)$, $B(-4)$.



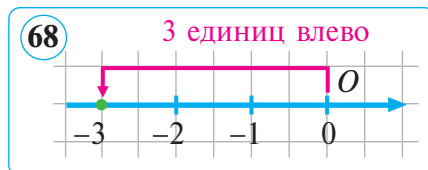
Координатой точки на координатной прямой называется число, соответствующее этой точке.

Координата точки показывает сколько единичных отрезков от начала отсчета до этой точки.

Задача 1. Отметьте на координатной прямой точку, соответствующую числу 5.

Можно сказать, что в этой задаче нужно найти точку с координатой, равной 5.

Решение. Так как число 5 положительно, то от точки O следует отложить единичный отрезок вправо 5 раз (рис. 67). Правый конец пятого единичного отрезка будет соответствовать искомой точке.



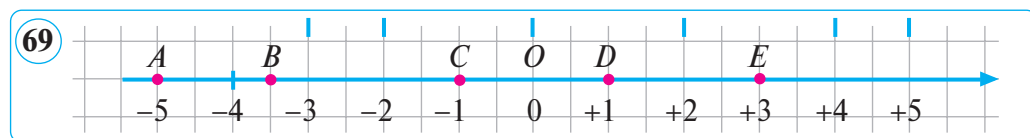
Задача 2. Отметьте на координатной прямой точку с координатой -3 .

Решение. Так как данное число -3 отрицательное, следует отложить единичный отрезок три раза влево от точки O . Левый конец третьего единичного отрезка будет соответствовать искомой точке (рис. 68).

700. 1) Что вы понимаете под координатной прямой?

2) Где расположены положительные числа, если координатная прямая горизонтальная, вертикальная? Покажите на чертеже. 3) Что такое координата точки? Поясните на примерах.

701. Запишите координаты точек A , B , C , D и E на рисунке 69.



702. Отметьте на координатной прямой точку $A(-4)$:

1) отметьте точку B , расположенную на 3 единицы правее точки A ; 2) отметьте точку C , расположенную на 2 единицы левее точки A . Чему равны координаты точек B и C ? Запишите их.

703. На координатной прямой отметьте точки A , B , C , D и E , координаты которых соответствуют числам 3 ; -2 ; -5 ; 1 и -6 .

704. Найдите координаты точки, если точка A (7) перенесена на: 1) $+2$ единицы; 2) -7 единиц; 3) 0 единиц; 4) $3,5$ единицы; 5) $-2,5$ единицы.

705. На числовой оси обозначьте точки, соответствующие числам: 1) -2 и 2 ; 2) 3 и -3 ; 3) -4 и 4 ; 4) 1 и -1 . На каком расстоянии от начала отсчета лежат точки, соответствующие каждой паре чисел?

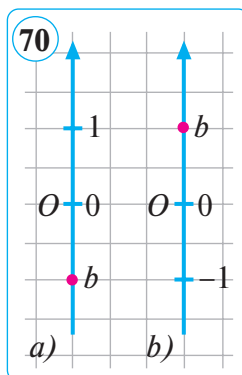
706. На координатной прямой отметьте точки, координаты которых соответствуют значениям выражений:

- 1) $6\frac{3}{4} - 3,75$; 3) $0 \cdot 1\frac{2}{7}$; 5) $-(7\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{22})$; 7) $6\frac{2}{3} : \frac{5}{6}$;
 2) $2\frac{4}{7} \cdot 2\frac{1}{3}$; 4) $-(5\frac{1}{4} : \frac{3}{4})$; 6) $-(9 : 1,8)$; 8) $2,2 : 1,1$.

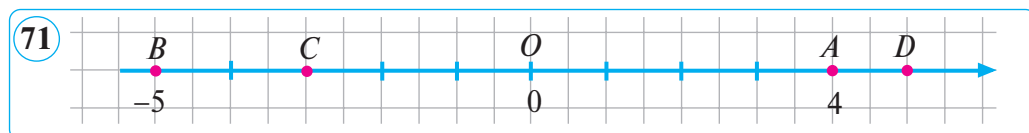
707. Отметьте точку: 1) A , которая на 2 см 5 мм левее; 2) B , которая на 3 см правее; 3) C , которая на 4 см левее; 4) D , которая на 5 см 5 мм правее точки O и запишите их координаты.

708. На координатной прямой отметьте точки: 1) правее числа 3; 2) правее числа -5 ; 3) левее числа -2 ; 4) левее числа 0 и запишите их координаты.

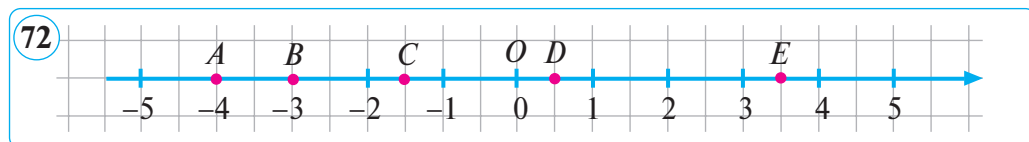
709. Положительное или отрицательное число b , представленное на координатной прямой (рис. 70)?



710. Точка A лежит правее начала отсчета O на 4 см, а точка B на 5 см левее. Где расположены точки C и D относительно точки O (рис. 71):



711. Напишите координаты точек A , B , C , D и E , изображенных на рисунке 72.



712. Отметьте на координатной прямой две точки, равноудаленные от числа -3 , запишите их координаты. Запишите еще 3 пары таких чисел.

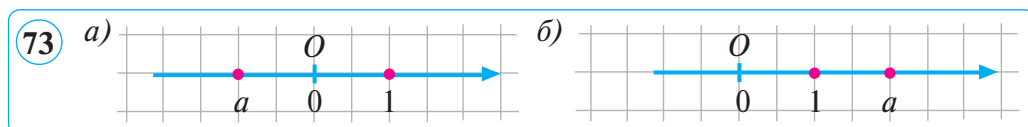
713. Отметьте на координатной прямой точки $A(2)$, Данные возьмите из таблицы:

Точка	A	B	C	D	E	F	P	Q
Координата	2	-3	4	-2	1	3	-5	5

714. Сколькими нулями оканчивается произведение чисел $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot \dots \cdot 85 \cdot 86$?

715. Решите уравнение: $8\frac{2}{15} - \left(x + 3\frac{5}{14}\right) : 5\frac{5}{8} = 7\frac{1}{3}$.

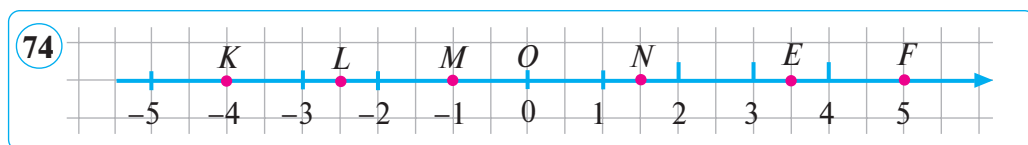
716. Отметьте на числовом луче число a (рис. 73). Оно положительное или отрицательное?



717. Пусть точка A (1) перенесена на: 1) $+1$ единицу; 2) $+2$ единицы; 3) -2 единицы; 4) -1 единицу; 5) -3 единицы. Найдите координаты построенных точек.

718. На числовой оси отметьте по 3 точки: 1) справа от числа 2; 2) справа от числа -1 ; 3) слева от числа $-3,5$; 4) слева от $0,5$ и запишите их координаты.

719. Напишите координаты точек K, L, M, N, E и F на рисунке 74.



720. Отметьте на числовом луче точки $K(1,5), \dots$. Данные возьмите из таблицы:

Точка	K	L	M	N	E	F	P	Q
Координата	1,5	-1	2	-2	3	-4	4	-3

721. Лед тает при 0°C . Вода закипает при $+100^\circ \text{C}$, спирт при $+78^\circ \text{C}$, жидкий азот при -196°C , жидкий водород при -260°C , ртуть при $+39^\circ \text{C}$. Кислород замерзает при -219°C . Отметьте эти данные на вертикальном луче, приняв 1 клетку за 20°C .

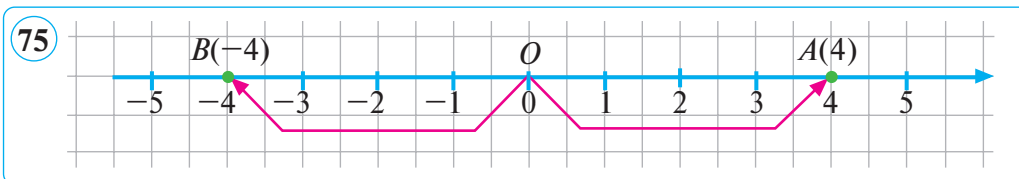


Вы сможете решить эту задачу?

Чему равна длина полосы, состоящей из квадратиков со стороной 1 мм, сложенных в ряд, если разрезать квадрат со стороной 1 метр на такие квадратики?

1. Противоположные числа. Отметим две точки на координатной оси, расположенные на одинаковых расстояниях от начала отсчета (рис. 75). Пусть координата точки A равна 4, точки B -4 : $A(4)$, $B(-4)$. Точка A лежит на 4 единицы правее точки O , а точка B на 4 единицы левее.

Числа 4 и -4 отличаются друг от друга только знаком.



Числа, отличающиеся одно от другого только знаком, называются *противоположными числами*.

Значит, числа 4 и -4 , соответствующие точкам A и B — *противоположные числа*. Точно так же числа -3 и 3; 2 и -2 ; -1 и 1 и т. д. — это противоположные числа.

Противоположные числа расположены на числовой оси на одинаковых расстояниях от точки начала отсчета.

Если перед любым числом поставить знак « $-$ », получится число, ему противоположное.

Например, числу 2 противоположно число -2 и наоборот, числу -2 противоположно число 2; числу -7 противоположно число $-(-7) = 7$, и, наоборот, числу 7 противоположно число -7 .

Вообще, числу k противоположно число $-k$, то есть имеет место формула

$$-(-k) = k.$$

Из вышеприведенных размышлений получаем следующие *свойства противоположных чисел*.

Свойство 1. Любому числу на координатной прямой соответствует только одно противоположное число.

Свойство 2. Положительному числу противоположно отрицательное, а отрицательному — положительное.

Свойство 3. Число 0 противоположно самому себе:

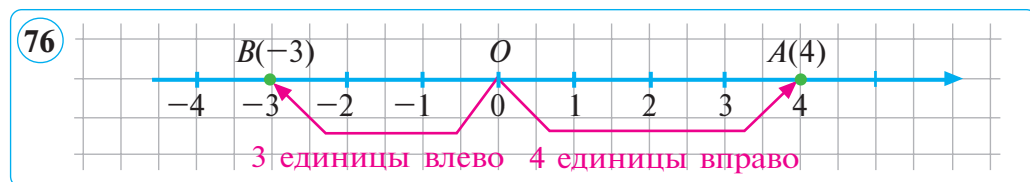
$$0 = -0 = +0.$$

2. Модуль числа.

Модулем числа называется *расстояние от начала отсчета на координатной прямой до точки, соответствующей данному числу.*

На рисунке 76 координата точки A равна 4, и эта точка расположена от начала отсчета на расстоянии 4. Длина отрезка OA , т. е. расстояние от начала отсчета O до точки A , соответствующей числу 4, также равно 4: $OA = 4$. Значит, по определению, модуль числа 4 равен 4.

Координата точки B на этом рисунке равна -3 , она расположена на 3 единицы слева от начала отсчета. Длина отрезка OB , т. е. расстояние от начала отсчета O до точки B , соответствующей числу -3 , также равно 3: $OB = 3$. Значит, по определению, модуль числа -3 равен 3.



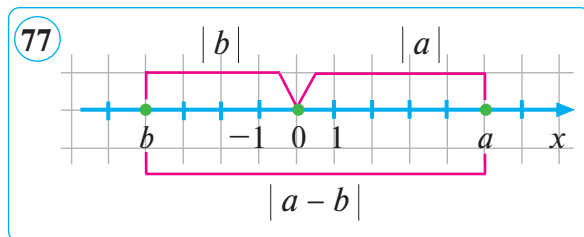
Модуль числа называется также его *абсолютной величиной*. Модуль числа a обозначается $|a|$ и читается «модуль a ». Модуль числа не может быть отрицательным, то есть $|a| \geq 0$.

$|5|$ — это расстояние от точки O до точки с координатой 5;

$|0|$ — это расстояние от точки O до точки с координатой 0;

$|-4|$ — это расстояние от точки O до точки с координатой 4. Вообще, $|a - b|$ — это расстояние на координатной прямой от точки $A(a)$ до точки $B(b)$ (рис. 77).

Например, $|5 - (-4)| = |5 + 4| = |9| = 9$ — это расстояние между точками 5 и -4 .



Модуль положительного числа равен самому этому числу.

$$|a| = a, \text{ где } a > 0.$$

Например: $|5| = 5$; $|7| = 7$; $|100| = 100$; $|0,1| = 0,1$; $|\frac{3}{4}| = \frac{3}{4}$.

Модуль отрицательного числа равен противоположному ему положительному числу.

$$|a| = -a, \text{ где } a < 0.$$

Например, $|-8| = -(-8) = 8$; $|-15| = -(-15) = 15$ или короче:

$$|-10| = 10; \quad |-7| = 7.$$

Модули противоположных чисел равны между собой.

$$|a| = |-a|.$$

Например, $|-6| = |+6| = 6$; $|-1| = |+1| = 1$.

Модуль числа 0 равен 0: $|0| = 0$.

Пример 1. Решите уравнение $|x| = 4$.

Решение. Используем геометрическое определение модуля. Расстояния от начала координат до чисел $x = 4$ и $x = -4$ равны.

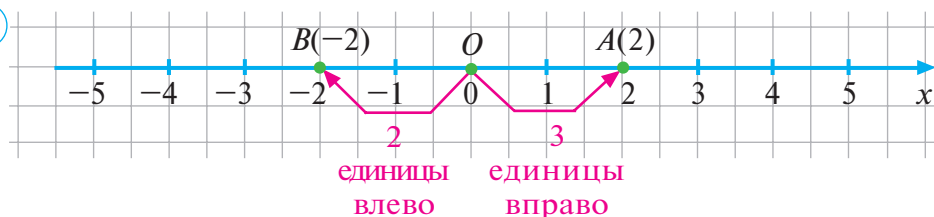
Ответ: 4 и -4.

Пример 2. Решите уравнение $|x - 2| = 0$.

Решение. Основываясь на геометрическом определении модуля, найдем точку, расстояние от которой до числа 2 равно 0 (рис. 78). Для этого запишем уравнение следующим образом: $|x - 2| = 0 \Leftrightarrow x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

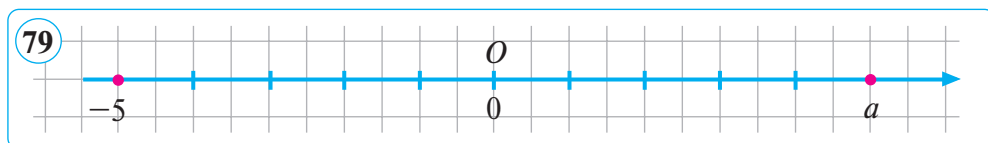
Ответ: $x = 2$.

78



Модуль числа — это важная количественная характеристика числа. С геометрической точки зрения, это также длина отрезка, расстояние между его концами.

- 722.** 1) Какие числа называются противоположными? Как расположены на координатной прямой такие числа?
- ?** 2) Сколько существует чисел, противоположных данному, на координатной прямой?
- 3) Чему равно число, противоположное числу 0?
- 4) Что называется модулем числа?
- 5) Каким числом будет модуль положительного числа? А модуль отрицательного числа? Чему равен модуль 0?
- 6) Может ли модуль числа быть отрицательным числом?



- 723.** Числа -5 и a на рисунке 79 противоположные числа. Чему равно a ? Используя это, отметьте на числовой оси числа 0 ; 2 ; -2 ; 3 ; -3 . Начертите рисунок в тетрадь.

- 724.** Заполните таблицу:

Данное число	Противоположное число	Данное число	Противоположное число
-4	$-(-4) = 4$	-5	
$+16$	$(+16) = -16$	-25	
$+1\,991$		$-2\,018$	

- 725.** (Устно.) 1) Противоположны ли числа: 7 и -7 ; 2) $+5$ и 5 ; 3) -8 и 8 ; 4) 6 и -6 ?

- 726.** Найдите число: а) противоположное; б) обратное значению выражения:

- 1) $1,5 \cdot 4,8 + 1,5 \cdot 5,2$; 3) $3,2 \cdot 3,5 + 3,5 \cdot 6,8$;
 2) $5,2 \cdot 9,8 - 3,8 \cdot 5,2$; 4) $16,4 \cdot 15,3 - 16,4 \cdot 5,3$.

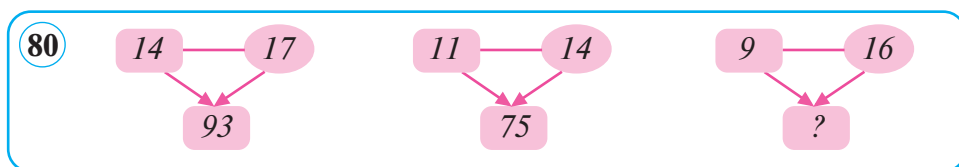
- 727.** На координатной прямой отметьте данные и им противоположные числа: 1) -3 ; 2) -7 ; 3) 6 ; 4) -4 .

Указание. Возьмите за единичный отрезок 2 клетки.

- 728.** Решите двойные неравенства, пользуясь координатной прямой:

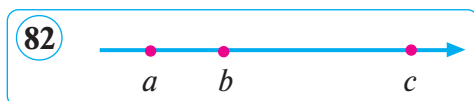
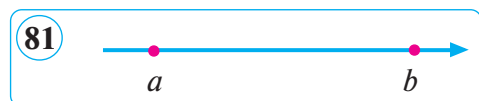
- 1) $12,8 < x < 19,1$; | 2) $-3,2 < x < 4,7$; | 3) $-9 < x < -2$.

- 729.** 1) Сколько целых чисел расположены на числовой оси между числами -12 и 12 ?
 2) Сколько целых чисел расположены на числовой оси между числами $-a$ и a ? (a — натуральное число).
- 730.** Какое число нужно написать в скобках, чтобы равенства были верными:
 1) $-(\dots) = -76$; 2) $-(\dots) = 24$; 3) $-(\dots) = -9$?
- 731.** Напишите значения x , удовлетворяющие равенствам:
 1) $-x = -3$; 2) $-x = 5$; 3) $-x = -(+7)$; 4) $-(-x) = 2$.
- 732.** Определите, какое из следующих высказываний верно:
 1) Нет числа равного своему противоположному.
 2) Если $a = -b$, то $b = -a$.
 3) Если $a = -b$ и $b = c$, то $a = c$.
- 733.** Найдите модули следующих чисел и запишите ответ в виде равенства, затем прочитайте полученный ответ:
 1) -6 ; 44 ; -150 ; 75 ; -78 ; 2) -52 ; 39 ; -45 ; -13 ; 21 .
- 734.** На координатной прямой найдите расстояние от начала отсчета O до точек: $A(6)$; $B(-7)$; $C(-2)$; $D(-4)$; $E(-3)$.
- 735.** Если: $a = -3$; 10 ; -73 ; 55 ; -6 , найдите $-a$ и $|a|$.
- 736.** Вычислите:
 1) $|-15| + |-20| - |-3| \cdot |-5|$; 2) $|-32| + |-32| : |-8| - |-4|$.
- 737.** Напишите 4 не равных числа, модули которых равны.
- 738.** Найдите значение выражения $4|a| - |b| + |a|$, где:
 1) $a = -24$ и $b = -14$; 3) $a = -7$ и $b = -20$.
 2) $a = -32$ и $b = -45$; 4) $a = -5$ и $b = -15$.
- Решите уравнение (**739–740**):
- 739.** 1) $|x - 8| = 0$; 2) $|-x| = 9$; 3) $|x| - 4 = 0$; 4) $|-x| = -16$.
- 740.** 1) $-x = 3$; 2) $-x = -3$; 3) $-18 = -x$; 4) $-18 = x$.
- 741.** Найдите закономерность размещения чисел и впишите пропущенное число (рис. 80).



742. Всегда ли модуль натурального числа натуральное число? Этому утверждению не удовлетворяет только одно число. Какое это число? Почему для остальных чисел не верно это утверждение?

743. На числовой оси (рис. 81) отмечены точки, соответствующие числам a и b .



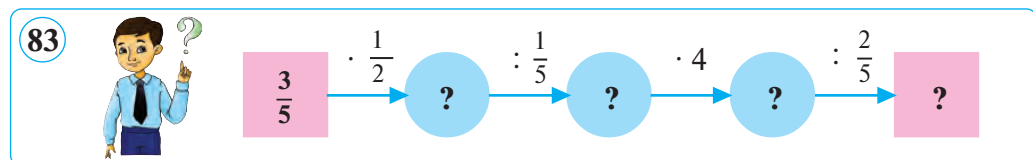
1) Можно ли определить, какое из отмеченных чисел больше?

2) Можно ли узнать, модуль какого из чисел больше?

744. На числовой оси a и c — противоположные числа (рис.82). Можно ли узнать у какого из данных чисел a , b и c наибольший модуль, а у какого — наименьший? Обоснуйте ответ.

745. При каких значениях a имеет место равенство:
1) $|a| = a$; 2) $|a| = -a$?

746. Впишите соответствующие числа (рис. 83):

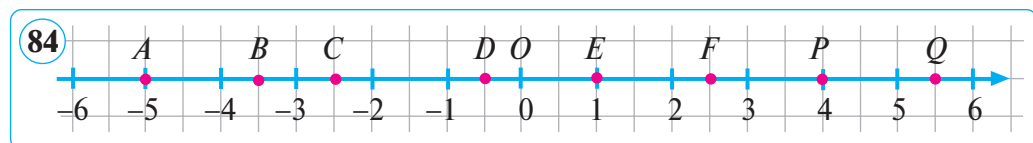


747. Напишите четыре последовательных числа, большее из которых равно: 1) 8; 2) -5 ; 3) 0; 4) 3.

748. Вычислите: $\left(2\frac{1}{2} - 1\frac{3}{8}\right) \cdot \left(3\frac{1}{2} - \frac{3}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{3}$.

A) 4; B) 8; C) $4\frac{1}{2}$; D) 3.

749. Напишите координаты точек A , B , C , D , E , F , P и Q (рис. 84):



750. Какое из равенств верно:

1) $-(-7) = 7$; 3) $+9 = -(+9)$; 5) $-8 = -(+8)$;
2) $-(+9) = -9$; 4) $-(+11) = -11$; 6) $-(-32) = 32$?

751. Напишите числа в порядке возрастания их модулей:
 -18 ; 15 ; -21 ; 25 ; -33 ; -3 ; 9 ; -13 .

752. Заполните таблицу:

a	-4		-7		-6		28		67	
$-a$		$0,8$		-24		-13		-180		19

753. Найдите модули чисел и запишите в виде равенств:
 1) -52 ; 43 ; -35 ; -100 ; -65 ; 2) -9 ; 7 ; -4 ; -5 ; -6 .

754. Вычислите:

1) $|-6| + |19|$; 2) $|19| - |-81|$; 3) $|-7| + |-8|$.

755. Решите уравнение:

1) $|x| = 0$; 2) $|x - 3| = 0$; 3) $|x + 2| = 0$; 4) $|-x| = -1$.

89–90

Сравнение чисел. Изменение величин

1. Сравнение чисел. Научимся сравнивать между собой отрицательные числа, отрицательное и положительное числа, 0 и отрицательное число.

Из двух чисел на координатной прямой больше то, которое расположено правее и меньше то, которое левее.

Из двух целых чисел в ряду целых чисел больше то, которое расположено правее и меньше то, которое левее.

Например, $2 > 1$, $1 > 0$, $0 > -1$, $-1 > -2$, $-3 > -6$, так как в ряду целых чисел ... -6 , -5 , -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , ... число 2 правее числа 1 , число 1 правее числа 0 , число 0 правее числа -1 , число -1 правее числа -2 , число -3 правее числа -6 (см. на рис. 84).

Вы знаете, что если число k больше числа n , то можно написать $k > n$ или $n < k$.

Из правила сравнения целых чисел следуют выводы:

1) любое положительное число больше: а) 0 ; б) любого отрицательного числа;

2) любое отрицательное число меньше 0 или 0 больше любого отрицательного числа.

На числовом луче из двух отрицательных чисел левее лежит то, модуль которого больше. Например, так как

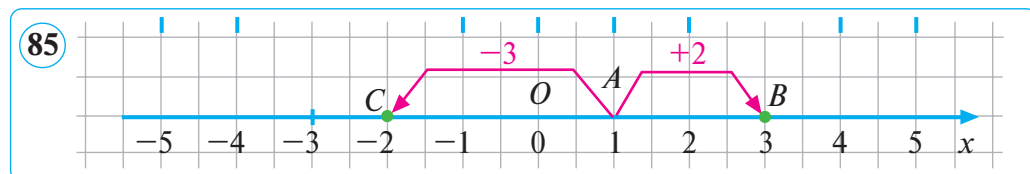
$$|-13| < |-15|, \text{ то } -13 > -15.$$

Если число a положительное, то пишут $a > 0$, если отрицательное, то пишут $a < 0$, если неотрицательное (больше или равно 0), то пишут $a \geq 0$, неположительное (меньше или равно 0), то пишут $a \leq 0$.

2. Изменение величин. Величины могут меняться: температура воздуха, температура тела, масса человека, его рост, скорость машины, уровень воды в реке, урожайность, количество осадков и т. д. Пусть утром температура воздуха была $+10^\circ\text{C}$, в полдень $+18^\circ\text{C}$, к вечеру $+5^\circ\text{C}$. В первой половине дня температура **поднялась** на 8°C , во второй половине **упала** на 13°C . Подъем температуры выражают положительным числом, падение температуры – отрицательным числом. Таким образом, в первой половине дня температура, по сравнению с утренней, изменилась на 8°C ; изменение температуры во второй половине дня составило $+13^\circ\text{C}$.

Вдоль оси координат точка может сдвигаться влево или вправо. Сдвиг точки **вправо** обозначается положительным числом, сдвиг точки **влево** – **отрицательным числом**.

Пример. Если точка $A(1)$ сдвинется вправо на 2 единицы, то ее координата будет равна $1 + 2 = 3$, точка $A(1)$ перейдет по оси координат в точку $B(3)$. Если точка $A(1)$ сдвинется на 3 единицы влево, то ее координата будет равна -2 , т. е. точка $A(1)$ перейдет в точку $C(-2)$ (рис. 85).



Возрастание любой величины можно охарактеризовать положительным числом, убывание — отрицательным числом.

756. 1) Как сравнивают целые числа?

2) Как сравнивают отрицательные числа?

3) Какие числа больше 0? Какие числа меньше 0?

4) Приведите примеры изменения величин.

5) Какие величины в природе, быту, в школьной жизни изменяются?

- 757.** (Устно.) Если: 1) число a больше числа 3, то обязательно ли a положительное; 2) число b меньше числа 3, то обязательно ли b отрицательное; 3) число c больше числа -1 , то обязательно ли c положительное; 4) число d меньше числа -4 , то обязательно ли d отрицательное? Обоснуйте ответы.
- 758.** Запишите числа в порядке: а) возрастания; б) убывания:
 1) $-8; 6; -9; 0; 7; -11$; 2) $-3; 8; 0; -2; 1,2; 5$.
- 759.** Есть ли числа, которые: 1) меньше 3 и больше 6; 2) меньше 0 и меньше -4 ?
- 760.** Существуют ли числа, которые: 1) меньше -1 и в то же время больше 0? 2) меньше 0 и в то же время больше 0? Объясните на чертеже.
- 761.** Между какими последовательными числами расположены числа: 1) 0; 2) -32 ; 3) 1991; 4) -20 ; 5) 20; 6) -2017 ? Запишите ответ в виде двойного неравенства.
- 762.** Сравните числа и поставьте между ними знак неравенства:
 1) -1 и 0; | 2) -6 и 1; | 3) -3 и -5 ; | 4) 500 и -500 .
- 763.** Какое из двух чисел лежит на координатной прямой левее:
 1) $A(-4)$ и $B(0)$; 2) $C(22)$ и $D(11)$; 3) $E(-6)$ и $F(-1)$?
- 764.** Сравните значения выражений:
 1) $|-43| + |-4|$ и $|43| - |-4|$; 2) $|-54| + |15|$ и $|-54| - |-15|$.
- 765.** Найдите целые решения двойных неравенств, используя числовую ось:
 1) $-1 \leq x \leq 2$; 2) $-8 < x \leq 5$; 3) $-4 \leq x < 3$.
- 766.** Пользуясь осью координат, поставьте вместо многоточия такое число, чтобы неравенство было верным:
 1) $-1 < \dots < 2$; 2) $-4 < \dots < -1$; 3) $-5 < \dots < 1$.
- 767.** Вместо звездочки вставьте цифру, чтобы неравенство было верным:
 1) $-302 < -3*2$; 2) $-47*8 > -4,718$; 3) $-3*6 < -356$.
- 768.** Не подставляя цифры вместо звездочек, вставьте соответствующий знак неравенств:
 1) $-44** \dots -47**$; 2) $-*42 \dots -*1*$; 3) $**** \dots 0$.

- 769.** Обозначьте на оси координат точку $A(3)$. Сдвиньте точку A на: 1) -5 ; 2) $+4$; 3) -6 ; 4) $+2,5$ и обозначьте точку, в которую она перейдет, запишите ее координату. Примите за единичный отрезок 2 клетки.
- 770.** Напишите наименьшее: 1) двухзначное; 2) трехзначное; 3) четырехзначное; 4) пятизначное целое число.
- 771.** В таблице дан расход l литров бензина, необходимых автомобилю на s км пути:

l (литров)	1	2	4	5,5	6	10	12	15	18
s (км)	10	20	40	55	60	100	120	150	180

Какова связь между величинами l и s ? Найдите отношение $s:l$.

- 772.** Вы знаете, что площадь квадрата со стороной a см равна $S = a^2$. Если изменится величина a , то изменится и, зависящая от нее, величина S . Заполните таблицу:

a (см)	1	2	2,5	3	3,5	4	5	7	10
$S = a^2$ (см ²)	1	4							

Величины a и S прямо(обратно)пропорциональны?

- 773.** Объясните значение выражения:

- уровень воды изменился на: $+8$; $+10$; -5 ; -12 см;
- доход составил: $+50\,000$; 0 ; $-3\,600$ сумов;
- изделие продано с прибылью: $20\,000$; $-12\,000$ сумов.

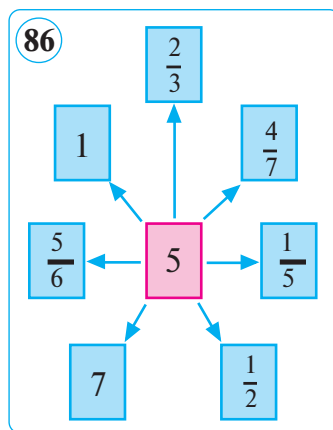
- 774.** Вычислите: 1) $|-10| \cdot |-3| + |-4| \cdot |-5|$; 2) $|-7| \cdot |-5| - |-9| \cdot |-3|$.

- 775.** В каком направлении и на сколько единиц нужно сдвинуть точку $K(2)$, чтобы получить точку: 1) $L(-1)$; 2) $M(5)$; 3) $O(0)$; 4) $N(-2)$?

- 776.** Разделите число в центральном прямоугольнике на числа в остальных прямоугольниках (рис. 86).

- 777.** Которое из неравенств верно:

- A) $0 < -12$; D) $-7 < -13$;
B) $-29 > -30$; E) $-20 > 6$?



- 778.** Расположите следующие числа в порядке: а) возрастания; б) убывания:
 1) -4 ; 10 ; -5 ; 3 ; -7 ; -10 ; 2) -6 ; 6 ; 0 ; -11 ; $1,9$; -1 ; 18 .
- 779.** Между какими последовательными целыми числами расположены числа:
 1) 18 ; 2) $-9,5$; 3) $-20,5$; 4) $-2\,018$; 5) $0,1$?
- 780.** Какая из точек расположена левее на числовой оси:
 1) $A(-3)$ и $B(-1)$; 2) $E(-1)$ и $F(1)$; 3) $C(1)$ и $D(-2)$?
- 781.** Сравните числа и поставьте между ними знак неравенства:
 1) -4 и -1 ; 2) 0 и -2 ; 3) -4 и -6 ; 4) -2 и 1 .
- 782.** Сравните значения выражений:
 1) $|-20| + |-1|$ и $|20| - |-1|$; 2) $|-5| + |-2|$ и $|-5| - |-2|$.
- 783.** Найдите целые решения неравенства, используя числовую ось:
 1) $-7 \leq x \leq 1$; 2) $-2 < x \leq 11$; 3) $-10 \leq x < 0$.
- 784.** Обозначьте на оси координат точку $A(-2)$. Отметьте точку, в которую перейдет точка A , если она сдвинется на: 1) $+2$; 2) -3 ; 3) $+4$. Запишите координату этой точки.
- 785.** В каком направлении и на сколько единиц нужно сдвинуть точку $L(-1)$, чтобы получить точку: 1) $N(1)$; 2) $M(-5)$; 3) $O(0)$; 4) $F(-2)$?
- 786.** Вчера утром температура воздуха была -3°C . Какая температура была сегодня утром, если за сутки она изменилась на: 1) -7°C ; 2) 5°C ; 3) 1°C ; 4) 0°C ?
- 787.** Среди чисел -5 ; -14 ; -1 ; $-2,1$; 1 ; -43 ; $-0,7$; $-0,09$; $-1,4$; $-0,001$ определите наибольшее и наименьшее числа.
- 788.** Выпишите целые решения неравенства $-14 < x \leq 1$ в порядке убывания.

Полезные знания!



Знаки действий сложения (+), вычитания (−), умножения (×) ввел немецкий математик У. Оутред в 1631 году; знаки умножения (·) и деления (:) известный немецкий ученый Г. Лейбниц соответственно в 1698 и 1684 годах. Знак модуля числа x ($|x|$) ввел немецкий математик К.Веерштрасс в 1841 году.

Изучаем английский язык!



положительное число —

positive number

отрицательное число —

negative number

противоположные числа —

opposite number

целое число — integer

координата — coordinate

модуль числа — modulus of number

ТЕСТ 6

Проверьте себя!

1. Найдите число, противоположное значению выражения: $(28 - 3,5) : 1,4 + 7,2 \cdot 2\frac{1}{12}$.
A) $-32,5$; B) $17,5$; C) -15 ; D) не существует.
2. На оси координат найдите целые числа между $-3\frac{1}{7}$ и 1 .
A) $-3, -2, -1$; C) $-4, -3, -2$;
B) $-3, -2, -1, 0$; D) $0, 1$.
3. Между какими целыми числами на оси координат лежит число $-\frac{2}{3}$?
A) 0 и 1 ; B) $-0,9$ и 0 ; C) -1 и 0 ; D) -2 и -1 .
4. Чему равен модуль числа $-2, 3$?
A) $-2,3$; B) $2,3$; C) -13 ; D) 13 .
5. Найдите значение выражения: $|-81| + |-19| - 50$.
A) 40 ; B) 150 ; C) -150 ; D) 50 .
6. Какое из чисел $4; -1; -4$ и 1 расположено правее на координатной прямой?
A) 4 ; B) -1 ; C) -4 ; D) 1 .
7. Найдите значение выражения: $|-2,8| + |-1,4| + |-3,6|$.
A) 5 ; B) -5 ; C) $1,4$; D) 50 .
8. Найдите все значения x , которые удовлетворяют уравнению $|x| = 3$.
A) 3 и -3 ; B) -3 ; C) 3 ; D) такого ответа нет.



Исторические сведения.

Люди использовали отрицательные числа с древнейших времен. Отрицательные числа именовали «долгом», а положительные числа — «имуществом». Китайский ученый **Ян Сан** за 3 века до н. э. писал: «Если к долгу добавится долг, в результате снова получится долг». Чтобы отличать положительные числа от отрицательных, их записывали чернилами разных цветов.



Али Кушчи
(1402–1474)

В трудах древнегреческого ученого **Диофанта**, индийского ученого **Брахмагупты** (598–660) появляются отрицательные числа. В нашей стране понятия «положительное число» и «отрицательное число» приводятся в труде «**Kitob-ul-Muhammadiya**» замечательного ученого **Али Кушчи**, соратника Мирзо Улугбека. Али Кушчи пишет: «**Надо знать, что каждое число может быть положительным или отрицательным.**»

Определив умножение, Али Кушчи показал, что имеют место равенства:

$$(+a) \cdot (-b) = -ab; \quad (-a) \cdot (+b) = -ab; \quad (-a) \cdot (-b) = +ab.$$

Китайские математики под положительным числом понимают «jen» (действительное), а отрицательным «fu» (лживое) число.

А индийские математики положительным числом считают «товар», а отрицательным – «долг». Среднеазиатский математик **Абульвафа** (940–998) в одном из своих трудов использовал отрицательные числа. В Западной Европе понятия положительные и отрицательные числа появились в конце XV века в трудах **Леонардо** из Пизы. Леонардо также под отрицательными числами понимал «долг» (*debitum*).

Располагать отрицательные числа на числовой прямой слева от начала отсчета стали французы **А. Жирар** (1595–1632) и известный ученый **Рене Декарт** (1596–1650).

Глава VI. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел

93–94

Сложение и вычитание чисел на координатной прямой

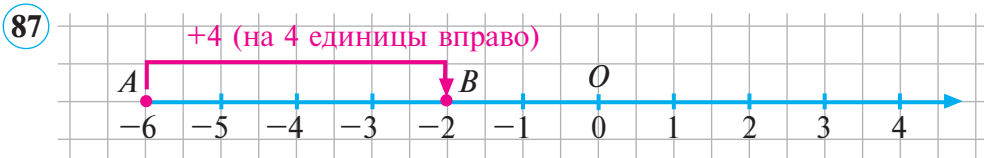
Утром температура воздуха была 18°C . К полудню температура **изменилась** на $+7^{\circ}\text{C}$, т. е. температура, по сравнению с прежней, возросла до $18^{\circ}\text{C} + 7^{\circ}\text{C} = 25^{\circ}\text{C}$. Это изменение температуры по сравнению с предыдущей равно сумме температур. К вечеру температура изменилась на -10°C , т. е. упала, по сравнению с температурой в полдень, до 15°C . Это изменение температуры также равно сумме температур в полдень и вечером: $25^{\circ}\text{C} + (-10^{\circ}\text{C}) = 15^{\circ}\text{C}$.

Вообще, сложение числа k с числом n — это **изменение** числа k на n единиц.

Если к числу прибавить положительное число, то оно увеличится, если прибавить отрицательное число, то уменьшится.

Пример 1. Найдите сумму чисел -6 и 4 .

Решение. Отметим на оси координат точку $A(-6)$ и сдвинем ее на 4 единицы вправо. При этом точка $A(-6)$ перейдет в точку $B(-2)$. Таким образом, $(-6) + 4 = -2$ (рис. 87).



Пример 2. Найдите сумму чисел -1 и -4 .

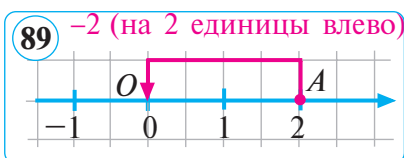
Решение. Отметим на оси координат точку $A(-1)$ и сдвинем ее влево на 4 единицы. Тогда точка $A(-1)$ перейдет в точку $B(-5)$.

Значит, $(-1) + (-4) = -5$ (рис. 88).



Пример 3. Найдите сумму чисел 2 и -2 .

Решение. Обозначим на оси координат точку $A(2)$ и сдвинем ее влево на 2 единицы. Тогда точка $A(2)$ перейдет в начало отсчета (координат) $O(0)$. (рис. 89) Итак, $2 + (-2) = 0$.



Сумма противоположных чисел равна 0: $n + (-n) = 0$.

Пример 4. Найдите сумму чисел -4 и 0 .

Решение. Отметим на оси точку $A(-4)$ и сдвинем ее на 0 единиц. Но число 0 состоит из 0 единиц, следовательно, точка $A(-4)$ останется на месте.

Следовательно, $(-4) + 0 = -4$.

Если к числу k прибавить 0, то оно не изменится: $k + 0 = k$.

789. 1) Что означает: к числу k прибавить число n ?

? 2) Как изменится число k , если к нему прибавить положительное число n ? 3) Как изменится число k , если к нему прибавить отрицательное число n ? 4) Изменится ли число k , если к нему прибавить 0? 5) Чему равна сумма противоположных чисел?

Найдите суммы, используя ось координат (**790–791**):

790. 1) -1 и 3 ; 2) 3 и -5 ; 3) -3 и 7 ; 4) 1 и -6 .

791. 1) 5 и 0 ; 2) 0 и -3 ; 3) 4 и -4 ; 4) -2 и 2 .

792. Найдите значение выражения:

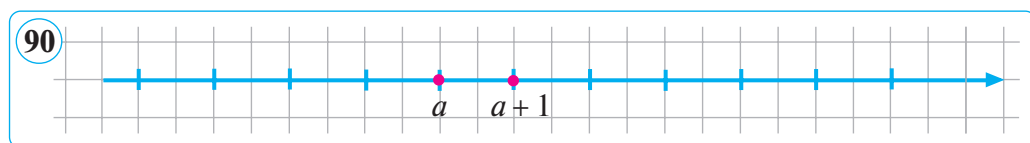
1) $((-8) + 8) + 3,2$; 3) $0 + (4,5 + (-4,5))$;

2) $(-4,5) + ((-7) + 7)$; 4) $\left(\left(-2\frac{1}{3}\right) + 2\frac{1}{3}\right) + 0$.

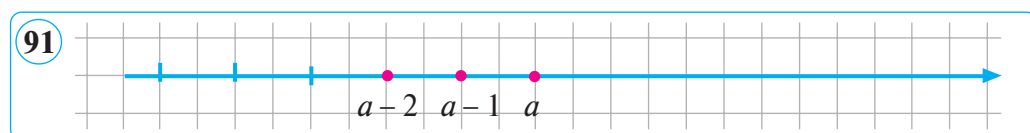
793. На координатной оси отмечены точки a и $a + 1$ (рис. 90).

Отметьте на этой оси точки: 1) $a + 3$; 2) $a + (-2)$;

3) $a + (-1)$; 4) $a + (-2,5)$; 5) $a + \left(-\frac{1}{2}\right)$; 6) $a + 1\frac{1}{2}$.



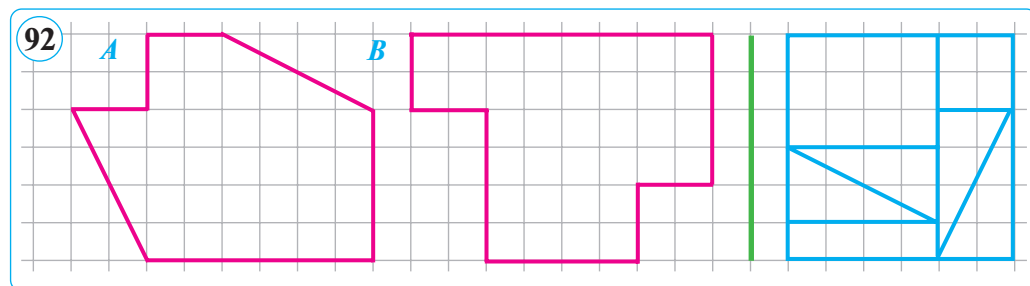
- 794.** Температура воздуха была -5°C . Чему будет равна температура воздуха, если она изменится на: 1) 5°C ; 2) -2°C ; 3) 6°C ; 4) -7°C ; 5) 0°C ? Сложение чисел выполните на оси координат.
- 795.** На числовой оси отмечены точки a и $a - 2$ (рис. 91).



Отметьте на этой оси точки: 1) $a + 2$; | 2) $a + (-3)$;

3) $a + (-1,5)$; | 4) $a + \left(-\frac{2}{3}\right)$; | 5) $(a - 2) + 2,5$;
6) $(a - 2) + (-1,5)$.

- 796.** а) На вертикальной оси отметьте точку $A(-4)$. Отметьте на оси точки соответствующие суммам: 1) $(-4) + 2$; 2) $(-4) + 5$; 3) $(-4) + (-1)$; 4) $(-4) + 4$. Затем сформулируйте правило сдвига точки на вертикальной оси. б) Придумайте задание, подобное вышеприведенному. Предложите решить его своему соседу по парте. Проверьте, как он выполнил задание.
- 797.** На оси координат точке A соответствует число $a + 5$, точке B соответствует число $a + (-5)$. Какое число соответствует середине отрезка AB ?
- 798.** Какие числа удалены: 1) от числа 0 на 3 единицы; 2) от числа -1 на 7 единиц; 3) от числа -5 на 5 единиц; 4) от числа -2 на 2 единицы? Укажите их на оси координат.
- 799.** На оси координат точке C соответствует число $a + 7$, точке D — число $a + (-1)$. Какая точка соответствует середине отрезка CD ?
- 800.** Начертите в тетрадь фигуры A и B на рисунке 92. Разделите их на 5 фигурок, состоящих из четырех клеток так, чтобы из них составить фигуру справа.



801. Могут ли быть числа 1) $-a$; 2) $-(-a)$: а) положительными; б) отрицательными; в) равными нулю?

802. Пусть a — положительное число, b — отрицательное число. Какое из следующих неравенств верно, какое неверно? Какое неравенство нельзя определить. Почему?

- 1) $a < 0$; 3) $b < 0$; 5) $-a < b$; 7) $a < b$; 9) $a < -b$;
2) $-a < 0$; 4) $-b < 0$; 6) $-a > b$; 8) $a > b$; 10) $-b < a$.

О б р а з е ц. Поставьте вместо a и b соответствующие числа.

803. В котором из случаев числа $-0,01$; $0,001$ и $-0,101$ расположены в порядке возрастания?

- А) $-0,01$; $-0,101$; $0,001$; С) $-0,101$; $-0,01$; $0,001$;
В) $0,001$; $-0,101$; $-0,01$; D) $0,001$; $-0,01$; $-0,101$.

804. Найдите значения частного кратчайшим способом:

- 1) $(2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7) : (2 \cdot 7)$; 2) $(2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 13) : (5 \cdot 5 \cdot 13)$.

Найдите значения суммы на координатной прямой (**805–806**):

805. 1) -2 и 4 ; | 2) 4 и -5 ; | 3) -2 и -4 ; | 4) $-1\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{3}$.

806. 1) 0 и 3 ; | 2) -2 и 2 ; | 3) 0 и -7 ; | 4) $-\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{3}$.

807. На остановке из автобуса вышло 8 человек и вошло 5 человек. На сколько изменилось число пассажиров в автобусе?

808. Найдите значение выражения:

- 1) $((-4) + 4) + 5,8$; 2) $(-3,7) + ((-6) + 6)$.

809. Сколько целых чисел расположено между числами:

- 1) $-28,5$ и $28,5$; 2) -100 и 100 ; 3) -99 и 199 ?

810. При каких условиях верно равенство:

- 1) $-a + b = -a$; 2) $-a + (-b) = -b$; 3) $a - b = a$?

811. Какие из чисел расположены на одинаковом рас-

стоянии от точки 0: 1) -5 и 5 ; 2) $-\frac{2}{7}$ и $\frac{2}{7}$; 3) $-4,8$ и $4,8$?

812. Какие числа равноудалены:

- 1) от числа 0 на 1 единицу; 3) от числа -2 на 5 единиц;
2) от числа 1 на 1 единицу; 4) от числа -3 на 3 единицы?

Покажите их на координатной прямой.

Пример 1. Найдите сумму: $(-3) + (-5)$.

Решение. Очевидно, что $-3 < 0$, $|-5| = 5$.

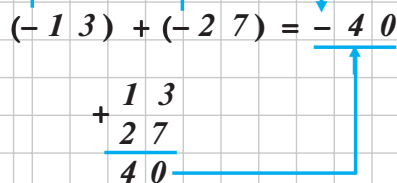
..., -9, **-8**, -7, -6, -5, -4, **-3**, -2, -1, 0, 1, 2, ...



В ряду целых чисел, начиная с числа -4, отсчитаем **влево** пять целых чисел. Подсчет закончится на числе (-8) , значит, $(-3) + (-5) = -8$.

Этот процесс можно показать и на числовой прямой (рис. 93). На числовой прямой отметим точку, соответствующую числу (-3) . Отложим единичный отрезок, начиная от этой точки **влево**, т. е. в противоположном оси направлении, 5 раз, придем к числу -8.

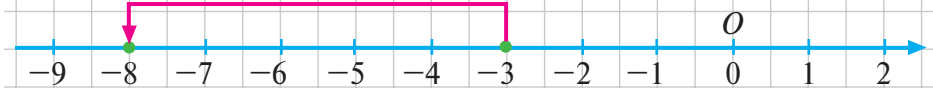
92



$$\begin{array}{r} (-13) + (-27) = -40 \\ + \quad 13 \\ \hline 27 \\ \hline 40 \end{array}$$

93

начиная с -3 влево 5 единичных отрезков



Пример 2. Температура воздуха была -7°C , она изменилась на -3°C , т. е. температура снизилась. Тогда температура будет равной $(-7) + (-3)$. Для того чтобы сложить числа на координатной прямой, надо точку $A(-7)$ сдвинуть влево на 3 единичных отрезка. Придем в точку $B(-10)$. Следовательно, $(-7) + (-3) = -10$. Обратите внимание на то, что $7+3=10$ и $|-7|=7$, $|-3|=3$.

Основываясь на примерах, приходим к такому выводу:

Для сложения двух отрицательных чисел нужно:

1 шаг: сложить их модули;

2 шаг: поставить перед полученным числом знак «-».

813. 1) Сформулируйте правило сложения отрицательных чисел. 2) Может ли в результате сложения отрицательных чисел появиться число 0? 3) Объясните правило сложения отрицательных чисел, используя понятие ряда целых чисел и координатной прямой.

814. Число -3 перешло в число -8 . С какой стороны от начала отсчета находится полученное число? Чему равно расстояние от начала отсчета до этого числа? Чему равна сумма чисел -3 и -8 ?

815. В первой половине одной из зимних ночей температура упала до -8°C , во второй половине она изменилась еще на -6°C . На сколько градусов изменилась температура?

Выполните сложение (**816–818**):

816. 1) $-12 + (-8)$; 2) $-21 + (-11)$; 3) $-17 + (-13)$.

817. 1) $-1,7 + (-1,3)$; 2) $-2,8 + (-3,2)$; 3) $-8,4 + (-1,6)$.

818. 1) $-\frac{7}{8} + \left(-\frac{1}{8}\right)$; 2) $-1\frac{4}{9} + \left(-2\frac{2}{3}\right)$; 3) $-1\frac{2}{3} + \left(-2\frac{1}{3}\right)$.

819. Каким из знаков неравенства ($>$ или $<$) надо заменить звездочку (*), чтобы получилось верное неравенство:

1) $-12 + (-15) * -29$; 2) $-18 + (-17) * -34$?

820. Найдите значение выражения $-a + (-b)$, если: 1) $a = -2,5$ и $b = -3,5$; 2) $a = 0,53$ и $b = -3,53$; 3) $a = 7,7$ и $b = 2,3$.

821. Поставьте вместо многоточия такое число, чтобы равенство было верным:

1) $-5 + \dots = -20$; 3) $-5 + \dots = 20$;
2) $-5 + \dots = -3$; 4) $-5 + \dots = 3$.

822. Сравните и поставьте знак равенства или неравенства:

1) $(-14) + (-9)$ и $-(14 + 9)$; 3) $-((-3,5) + 7)$ и $3,5 + 7$;
2) $(-180) + (-19)$ и $-(180 + 20)$; 4) $-((-1\frac{4}{13}) - 8)$ и $4\frac{1}{3} - 8$.

Найдите значение выражения (**823–825**):

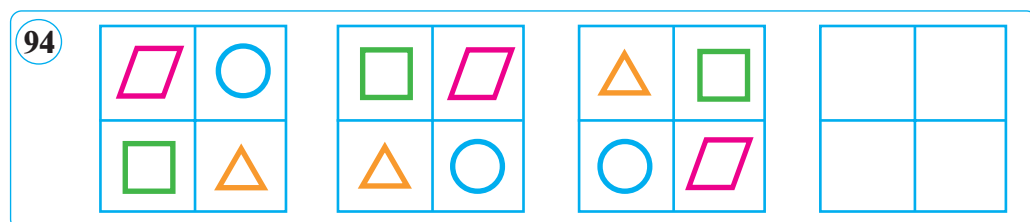
823. 1) $\left(-2\frac{3}{7} + \left(-7\frac{4}{7}\right)\right) + \left(-1\frac{4}{9} + \left(-3\frac{5}{9}\right)\right)$; 3) $\left(-5\frac{1}{3} + \left(-\frac{2}{3}\right)\right) + \left(-1\frac{3}{5}\right)$;

2) $\left(-11\frac{1}{8} + \left(-3\frac{1}{4}\right)\right) + \left(-10\frac{7}{11} + \left(-4\frac{4}{11}\right)\right)$; 4) $\left(-2\frac{1}{3} + \left(-\frac{1}{6}\right)\right) + \left(-1\frac{1}{2}\right)$.

824. 1) $(-8 + (-12)) + (-1 + (-9))$; 2) $(-38 + (-11)) + (-2 + (-29))$.

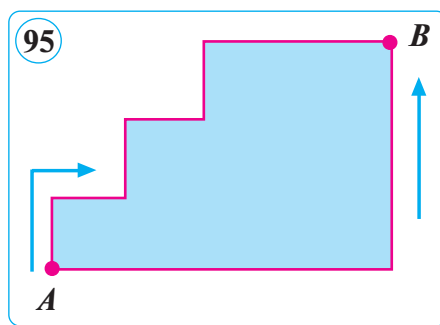
825. 1) $(-2,375 + (-3,625)) + (-0,8 + (-3,2))$; 3) $-6,31 + (-1,19)$;
 2) $(-0,324 + (-0,48)) + (-0,3 + (-0,623))$; 4) $-2,62 + (-5,38)$.

826. Отределите закономерность расположения четырех фигур в трех квадратах (рис. 94). В соответствии с этой закономерностью, заполните данными фигурами последний квадрат.



827. Мамура и Манзура нашли сумму всех различных простых делителей выбранного ими шестизначного числа. У Мамуры получилось число 70, у Манзуры 80. Кто из них ошибся? Сделайте вывод.

828. Какой путь от A до B короче (рис. 95)?



829. Какое из равенств не верно?

A) $-(-5) = 5$; B) $+(-5) = -5$; C) $-(+5) = -5$; D) $+(-5) = 5$.

830. Укажите верное неравенство:

A) $-5 > 2$; B) $-20 < -40$; C) $-48 < -36$; D) $-12 > -13$.

Выполните сложение (831–833):

831. 1) $-54 + (-16)$; 2) $-9 + (-31)$; 3) $-55 + (-45)$.

832. 1) $-4,5 + (-3,5)$; 2) $-1,5 + (-7,3)$; 3) $-2,76 + (-1,24)$.

833. 1) $-1\frac{3}{7} + (-3\frac{4}{7})$; 2) $-7\frac{1}{6} + (-2\frac{5}{6})$; 3) $-4\frac{3}{14} + (-1\frac{2}{7})$.

Найдите значение выражения (834–835):

834. 1) $(-92 + (-8)) + (-2 + (-8))$; 2) $(-73 + (-17)) + (-3 + (-97))$.

835. 1) $\left(-1\frac{5}{11} + \left(-6\frac{6}{11}\right)\right) + \left(-\frac{3}{7} + \left(-1\frac{4}{7}\right)\right)$; 3) $\left(-1\frac{2}{7} + \left(-3\frac{5}{7}\right)\right) + \left(-8\frac{5}{9}\right)$;

2) $\left(-5\frac{9}{17} + \left(-4\frac{8}{17}\right)\right) + \left(-\frac{4}{15} + \left(-4\frac{14}{15}\right)\right)$; 4) $\left(-3\frac{2}{3} + \left(-1\frac{4}{9} + \left(-6\frac{5}{9}\right)\right)\right)$.

Сложение положительных и отрицательных натуральных чисел и дробей удовлетворяет переместительному и сочетательному законам. Для любых положительных или отрицательных чисел a , b и c имеет место:

$$a + b = b + a \quad (\text{переместительный закон});$$

$$(a + b) + c = a + (b + c) \quad (\text{сочетательный закон}).$$

При нахождении суммы нескольких слагаемых, применяя эти законы, можно облегчить вычисления.

Для нахождения суммы нескольких слагаемых с разными знаками, нужно отдельно вычислить сумму положительных, отрицательных и противоположных чисел. Затем сложить полученные результаты.

Пример 1. $-7 + (-18) = -25$, поэтому, $-18 + (-7) = -25$.

Следовательно, $-7 + (-18) = -18 + (-7)$.

Пример 2. $(13 + (-17)) + (-16) = -4 + (-16) = -20$, поэтому, $13 + ((-17) + (-16)) = 13 + (-33) = -20$.

Пример 3. $3,5 + (-2,6) + 4,6 + (-5,9) = (3,5 + 4,6) + ((-2,6) + (-5,9)) = 8,1 + (-8,5) = -0,4$.

Здесь вычислили отдельно сумму положительных чисел и отрицательных чисел.

$$\begin{aligned} \text{Пример 4.} \quad \underline{3,5} + 5,4 + \underline{\underline{(-4,2)}} + \underline{\underline{(-3,5)}} + \underline{\underline{4,2}} &= \underbrace{(3,5 + (-3,5))}_0 + \\ &+ 5,4 + \underbrace{((-4,2) + 4,2)}_0 = 5,4. \end{aligned}$$

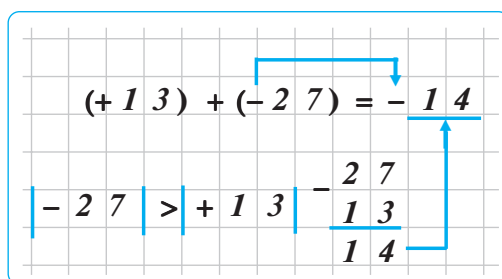
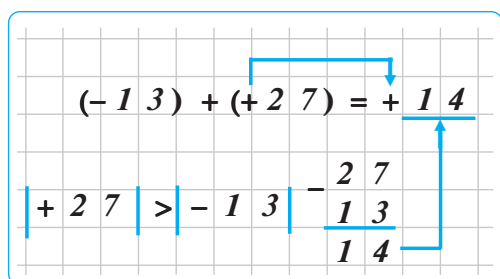
Так как сумма противоположных чисел равна нулю, то их сложили отдельно. В таких случаях соответствующие противоположные числа подчеркивают одинаковыми линиями. Их можно не учитывать в дальнейших вычислениях. Этим мы упрощаем запись.

Пример 5. Найдите сумму: $(-4) + (+6)$.

Решение. Ясно, что $+6 > 0$, $|+6| = 6$ и $|-4| = 4$.

В ряду целых чисел, начиная от числа (-3) вправо отсчитываем 6 единиц. Останавливаемся на числе $(+2)$, следовательно, $(-4) + (+6) = +2 = 2$.

О т в е т: 2.



..., -5, **-4**, -3, -2, -1, 0, 1, **2**, 3, 4, 5, 6, ...

↑ ↑ ↑

на 6 чисел вправо

В этом примере модуль положительного числа оказался больше, чем модуль отрицательного числа, поэтому сумма будет положительным числом.

Нахождение суммы $(-4) + (+6)$ на числовой оси предлагаем вам выполнить самостоятельно.

При этом единичный отрезок откладывается от точки (-4) в направлении оси 6 раз.

Пример 6. Найдите сумму $(+2) + (-5)$.

Решение. Т. к. $-5 < 0$ и $|-5| = 5$, то от числа 1 в **левую** сторону откладываются пять единичных отрезков. Подсчет заканчивается на числе (-3) , значит, $(+2) + (-5) = -3$.

Ответ: -3 .

..., -6, -5, -4, **-3**, -2, -1, 0, 1, **2**, 3, 4, ...

↑ ↑ ↑

на 5 чисел влево

В шестом примере модуль отрицательного числа был больше модуля положительного, поэтому и сумма будет отрицательным числом.

Для того чтобы сложить два числа с разными знаками, модули которых не равны, нужно:

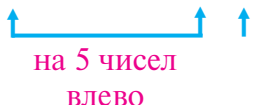
- 1 шаг:** вычесть из большего модуля меньший;
- 2 шаг:** перед разностью поставить знак числа с большим модулем.

В примерах 5 и 6 вначале определяют знак суммы, затем находят разность модулей и перед ней пишется нужный знак.

Пример 7. Найдите сумму: $(+5) + (-5)$.

Решение. Так как $-5 < 0$ и $|-5| = 5$, то

..., -5, -4, -3, -2, -1, **0**, 1, 2, 3, 4, **5**, 7, ...



на 5 чисел
влево

В ряду целых чисел, начиная с числа 4, отсчитываем влево 5 чисел. Подсчет завершается на числе 0, следовательно, $(+5) + (-5) = 0$. **Ответ:** 0.

Вообще, **для любых чисел n :**

$$n + 0 = n; \quad -n + 0 = -n.$$

836. 1) Как формулируются переместительный и сочетательный законы сложения? Запишите их с помощью букв.

?

2) Как можно упростить вычисления с помощью законов сложения?

3) Сформулируйте правила сложения целых чисел с разными знаками. 4) Чему равна сумма противоположных чисел? 3) Чему равна сумма числа и нуля?

837. (Устно.) Вычислите, пользуясь законами сложения:

1) $-6 + 23 + (-23)$; 2) $-24 + (-16 + (-39))$; 3) $15 + 25 + (-10)$.

Вычислите удобным способом (**838–839**):

838. 1) $-12 + (-13) + (-17)$; 3) $-4,8 + (-5,2) + (-10)$;

2) $19 + (-29) + (-36)$; 4) $-6,2 + (-1,8) + (-8)$.

839. 1) $-9,2 + 5,4 + (-3,6)$; 3) $-5,3 + (-2,2) + (-4,7) + (-3,8)$;

2) $-0,4 + (-8,01) + (-6,6)$; 4) $8,1 + (-4,3) + (-8,1) + (-1,9)$.

840. Найдите числовое значение выражения $a + b + c$, если:

1) $a = -34$, $b = 17$, $c = -16$; 2) $a = 2,3$, $b = -1,9$, $c = -3,4$;

3) $a = -11,8$, $b = -20$, $c = -7,2$.

841. Вычислите сумму:

1) $-1 + 2 + (-3) + 4 + (-5) + 6 + (-7) + 8 + (-9) + 10$;

2) $1 + (-2) + 3 + (-4) + 5 + (-6) + 7 + (-8) + 9 + (-10)$;

3) $-1 + (-2) + (-3) + (-4) + (-5) + (-6) + (-7) + (-8) + (-9)$.

842. Найдите сумму одинаковых слагаемых:

1) $-3 + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3) + (-3)$;

2) $-7 + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7) + (-7)$;

3) $\underbrace{-50 + (-50) + \dots + (-50) + (-50)}_{20 \text{ слагаемых}}$.

20 слагаемых

843. Сколько слагаемых нужно сложить, чтобы равенство было верным:

- 1) $-2 + (-2) + \dots + (-2) = -20$; 3) $-8 + (-8) + \dots + (-8) = -64$;
 2) $-5 + (-5) + \dots + (-5) = -45$; 4) $-9 + (-9) + \dots + (-9) = -81$?

844. Длина шага дедушки равна 60 см. Длина шага внука составляет $\frac{2}{3}$ длины шага дедушки. Ширина прямоугольного сада составляет 150 шагов, а длина 175 шагов дедушки. Найдите периметр и площадь сада (рис. 96).



Выполните сложение (**845–847**):

- 845.** 1) $(+3) + (-3)$; 3) $(-4) + (-6)$; 5) $(+18) + (-17)$;
 2) $(-10) + (+10)$; 4) $(-9) + (+9)$; 6) $(+1) + (-6)$.

- 846.** 1) $(-8,5) + (+1,5)$; 3) $(+4,8) + (-5,2)$; 5) $(-9,2) + (+1,8)$;
 2) $(-7,5) + (+2,5)$; 4) $(+7,3) + (-1,3)$; 6) $(-9,5) + (+5,5)$.

- 847.** 1) $\left(-2\frac{11}{13}\right) + \left(+1\frac{11}{13}\right)$; 2) $\left(+3\frac{1}{9}\right) + \left(-\frac{5}{18}\right)$; 3) $\left(+\frac{7}{12}\right) + \left(-5\frac{13}{24}\right)$.

848. Заполните таблицу:

Числовое выражение	Сумма положительных слагаемых	Сумма отрицательных слагаемых	Значение числового выражения
$20 + (-13) + (-7) + 10$	30	-20	10
$25 + (-18) + 3 + (-15)$			
$(-40) + 48 + (-15) + 12$			
$(-17) + (-20) + 10 + 14$			
$(-175) + 75 + (-100) + 50$			

849. Запишите числа: -2 ; -8 ; -100 ; $-9,5$; $4\frac{2}{9}$ в виде суммы:

- 1) двух отрицательных; 2) положительного и отрицательного чисел.

О б р а з е ц: 1) $-28 = (-8) + (-20) = (-21) + (-7) = \dots$.
 2) $-2 = (-3) + (+1) = (+43) + (-45) = \dots$.

- 850.** Разъясните на примерах, когда сумма двух чисел:
 1) а) всегда положительна; б) всегда отрицательна.
 2) может быть и положительной, и отрицательной.
- 851.** Заполните таблицу:

Числовое выражение числового	Сумма положи- тельных слагаемых	Сумма отрица- тельных слагаемых	Значение числового выражения
$2,8 + (-7,5) + (-3,8) + 1,2$	4	-11,3	-7,3
$(-9,2) + (-7,8) + 18,4 + 2,6$			
$\left(-3\frac{6}{11}\right) + 4\frac{9}{11} + \left(-2\frac{5}{11}\right) + 2\frac{7}{11}$			
$2\frac{3}{7} + \left(-4\frac{3}{14}\right) + \left(-1\frac{15}{28}\right) + 4\frac{4}{7}$			

852. Найдите сумму:

- 1) $(-7) + (-8) + (+7) + (+7)$; 3) $(-8) + (-6) + (-4) + (+28)$;
 2) $(-1) + (+2) + (+1) + (-2)$; 4) $(+19) - (-20) - (-39) + (-5)$.

853. Найдите сумму:

- 1) $-6,5 + (-7,3) + 7,3 + 3$; 4) $4,8 + (-5,8) + 5,2 + (-4,2)$;
 2) $5,5 + (-14) + 11,5 + (-6)$; 5) $12 + (-7,5) + (-2,3) + (-3,2)$;
 3) $-3\frac{6}{7} + \left(-1\frac{1}{7}\right) + 5 + (-7)$; 6) $8\frac{9}{11} + \left(-7\frac{2}{11}\right) + \left(-9\frac{9}{11}\right) + 1\frac{2}{11}$.

854. Найдите целую часть числа:

$$-3\frac{1}{7}; \quad -2\frac{3}{4}; \quad -0,5; \quad -\frac{2}{3}; \quad -1,1.$$

Образец. Найдите целую часть числа $(-3,14)$.

Решение. Целая часть числа — это наибольшее целое, не большее, чем данное число. Наибольшее целое, не большее, чем число $(-3,14)$ — это число (-4) .

Ответ: -4 .

855. Число 37 записано с помощью пяти троек:

$$37 = 33 + 3 + \frac{3}{3}.$$

Найдите другие способы записи числа 37 с помощью пяти троек, пользуясь скобками и знаками арифметических действий.

- 856.** С помощью пяти цифр 5, скобок и знаков арифметических действий получите числа:
 -555 , -55 , -5 , 0 , 5 , 55 , 555 .

5, 5, 5, 5, 5

- 857.** Вместо (*) поставьте соответствующие знаки: $>$, $<$, $=$:

- 1) $-10 + 10 * 0$; 4) $27 + (-69) * -10$;
 2) $-90 + 99 * 8$; 5) $7 + (-8) + (-7) * 0$;
 3) $51 + (-54) * 0$; 6) $12 + (-10) + (-1) * 0$.

- 858.** Заполните таблицу:

p	2,8	-1,5	-3,14	-4,91	8,93	$-7\frac{2}{3}$	$18\frac{3}{7}$	$7\frac{11}{23}$
q	-3,8	0	2,71	14,91	-11,83	$9\frac{5}{6}$	$-19\frac{2}{7}$	$-9\frac{10}{23}$
$p + q$	-1	-1,5						

- 859.** Вычислите числовое значение выражения:

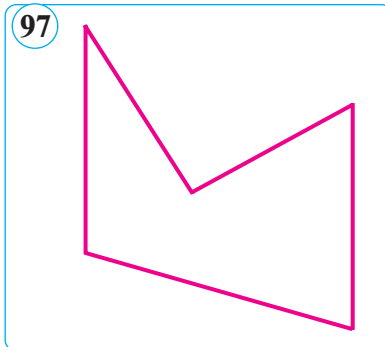
- 1) $(-11) + (-9)$ и $-(11 + 9)$; 3) $-((-17) + 3)$ и $17 - 7$;
 2) $(-7) + (-5)$ и $-(7 + 5)$; 4) $-((-32) + 12)$ и $32 - 12$.

- 860.** Вычислите, пользуясь образцом:

- 1) $-202 + (-198)$; 3) $-38 + (-162)$; 5) $-279 + (-586)$;
 2) $-338 + (-62)$; 4) $-75 + (-125)$; 6) $-729 + (-731)$.

Образец: $-875 + (-936) = -(875 + 936) = -1\,811$.

- 861.** Проведите прямую так, чтобы она разделила пятиугольник на: 1) два треугольника; 2) три треугольника; 3) треугольник и четырехугольник; 4) два треугольника и четырехугольник; 5) два четырехугольника (рис. 97).



- 862.** Назовите наибольшее из чисел -39 , -13 , -18 , -41 .

A) -39 ; B) -13 ; C) -18 ; D) -41 .

Вычислите удобным способом (**863–864**):

- 863.** 1) $-2,1 + (-0,4) + (-7,9) + (-4,6)$; 3) $-37 + (-22) + (-13)$;
 2) $-8,3 + (-4,5) + (-1,7) + (-5,5)$; 4) $42 + (-45) + (-12)$.

- 864.** 1) $1 + (-2) + 3 + (-4) + 5 + (-6) + 7 + (-8)$;
 2) $-3 + 5 + (-7) + 9 + (-11) + 12 + (-18) + 26$;

Найдите сумму (**865–867**):

- 865.** 1) $23 + (-21)$; 3) $(-23) + 19$; 5) $(-75) + 70$;
 2) $(-21) + 40$; 4) $4 + (-54)$; 6) $78 + (-70)$.
866. 1) $4,7 + (-5,7)$; 3) $18,7 + (-21,5)$; 5) $-9,8 + 7,2$;
 2) $-8,3 + 17,3$; 4) $-7,9 + 11,2$; 6) $1,8 + (-4,5)$.

- 867.** 1) $3\frac{1}{6} + (-4\frac{1}{8})$; 3) $-6\frac{3}{7} + 2\frac{4}{7}$; 5) $-3\frac{5}{7} + 6\frac{9}{14}$;
 2) $-6\frac{2}{3} + 3\frac{1}{3}$; 4) $4\frac{5}{9} + (-6\frac{1}{9})$; 6) $1\frac{8}{11} + (-7\frac{8}{11})$.

868. Вместо (*) поставьте соответствующие знаки: $>$, $<$, $=$:

- 1) $-160 + 60 * -100$; 4) $-70 + 70 * 0$;
 2) $-80 + (-60) * 0$; 5) $-9,1 + 12 * 3$;
 3) $3,8 + (-10,8) * -7$; 6) $2\frac{4}{9} + (-2\frac{5}{9}) * 0$.

869. Вычислите удобным способом:

- 1) $-56 + 23 + (-23)$; 4) $81 + (-31 + 50)$;
 2) $-75 + 30 + (-15)$; 5) $46 + (-20) + 24$;
 3) $52 + (-22 + 71)$; 6) $69 + (-29) + 10$.

870. Заполните таблицу:

a	-23	18	-71	-83	50	15	-18	-19	10	0
b	-7	-22	0	100	-30	-65	16	10	-11	-12
c	28	13	-29	-17	-27	-40	-8	-1	-10	16
$a + b + c$										

- 871.** 1) Утром температура воздуха была $+4^{\circ}\text{C}$, за день она понизилась на 6°C . Сколько градусов составила температура вечером?
 2) Утром температура воздуха была -5°C , к полудню она повысилась на 8°C . Сколько градусов составила температура к полудню?
 3) Днем температура воздуха была -7°C . Сколько градусов составила температура вечером, если она понизилась на 8°C ?

Разностью двух чисел называется такое число, которое в сумме с вычитаемым дает уменьшаемое.

Разность $k - n$ чисел k и n — это такое число, которое в сумме с n дает k :

$$(k - n) + n = k.$$

Например, $12 - (-4) = 16$, так как $16 + (-4) = 12$, вместе с этим $12 + (+4) = 16$.

Из примера приходим к выводу:

чтобы из одного числа вычесть другое, нужно к уменьшаемому прибавить число, противоположное вычитаемому, то есть:

$$k - n = k + (-n).$$

Действительно, $(k + (-n)) + n = k + ((-n) + n) = k + 0 = k$.

Известно, что *любое число имеет противоположное*. Отсюда получаем следующий вывод.

Действие вычитания всегда возможно.

Чтобы найти число, являющееся разностью двух произвольных чисел, можно представить их в виде суммы.

В частности, можно вычесть из меньшего числа большее. Например:

- 1) $25 - 37 = 25 + (-37) = -12$;
- 2) $2,01 - 5,01 = 2,01 + (-5,01) = -3$;
- 3) $-5 = 10 - 15 = 1,9 - 6,9 = \dots$, так как
 $10 + (-15) = 1,9 + (-6,9) = \dots = -5$.

Проверка следующих формул на примерах предоставляется вам самостоятельно.

Если уменьшаемое равно нулю ($k = 0$), то разность равна числу, противоположному вычитаемому:

$$0 - n = -n.$$

Если вычитаемое равно нулю ($n = 0$), то разность равна уменьшаемому:

$$k - 0 = k.$$

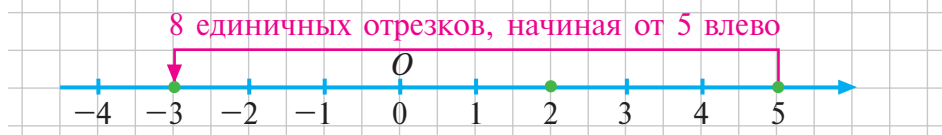
Рассмотрим как можно представить вычитание на числовой оси на примерах.

Пример 1. Найдите разность: $5 - 8$. Эта разность равна $5 + (-8)$.

Решение. Отметим на числовой прямой точку, соответствующую числу 5. От этой точки влево, то есть в противоположном направлении оси сторону, отложим 8 единичных отрезков. Приходим к числу (-3) (рис. 98).

Итак, $5 - 8 = 5 + (-8) = -3$. О т в е т: -3 .

98



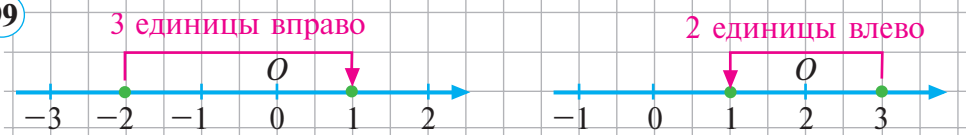
Пример 2. Найдите разность $-2 - (-3)$.

Решение. Известно, что $-(-3) = 3$.

Тогда $-2 - (-3) = -2 + 3 = 1$ (рис. 99).

О т в е т: 1.

99



$$-2 - (-3) = -2 + 3 = 1 \quad \text{или} \quad -2 - (-3) = -2 + 3 = 3 - 2 = 1$$

Пример 3. Найдите расстояние между двумя точками $A(1)$ и $B(6)$.

Решение. Ясно, что расстояние между двумя точками на оси координат равно длине отрезка с концами в этих точках. Иными словами, в этой задаче требуется найти длину отрезка AB .

На координатной прямой, отложив вправо от точки $A(1)$ n раз единичный отрезок, приходим в точку $B(6)$. В этом случае $1 + n = 6$, откуда $n = 6 - 1$, $n = 5$.

Таким образом, если, начиная с точки $A(1)$ отложить 5 раз в положительном направлении единичный отрезок, приходим в точку $B(6)$, то есть $AB = 5$ (рис. 100).

100



В нашем примере точка B — правый конец отрезка AB , имеет координату 6, начало отрезка (левый конец) — точка A , имеет координату 1. Тогда длина отрезка $AB = 6 - 1 = 5$.

О т в е т: 5.

Из данного примера приходим к следующему заключению:

Длина отрезка на числовой оси равна разности между координатами правого и левого концов отрезка.

Пример 4. Найдите расстояние между точками:

1) $A(-1)$ и $B(4)$; 2) $C(-3)$ и $D(0)$; 3) $M(-8)$ и $N(-2)$.

Решение. 1) $AB = 4 - (-1) = 4 + 1 = 5$. О т в е т: 5.

2) $CD = 0 - (-3) = 0 + 3 = 3$. О т в е т: 3.

3) $MN = -2 - (-8) = -2 + 8 = 6$. О т в е т: 6.



Если уменьшаемое больше вычитаемого, то разность будет положительной.

Если уменьшаемое меньше вычитаемого, то разность будет отрицательной.

Если уменьшаемое равно вычитаемому, то разность будет равна нулю: $n - n = 0$.

872. 1) Что называется разностью двух чисел?

? 2) По какому правилу выполняют вычитание?

3) Как находят длину отрезка на координатной прямой?

873. Замените вычитание сложением (+) и вычислите:

1) $-84 - 16$; | 2) $-16 - 14$; | 3) $-36 - (-30)$; | 4) $-80 - (-80)$.

О б р а з е ц: $-17 - 8 = (-17) + (-8) = -(17 + 8) = -25$.

874. Замените вычитание сложением (+) и вычислите:

1) $30 - (-5)$; 2) $-7 - (-6)$; 3) $90 - (-10)$; 4) $-83 - (-23)$.

Примечание: Используйте равенство: $-(-a) = a$.

875. Вычислите:

1) $-13 - (-7) + (-7)$;

3) $72 - (-12) - 104$;

2) $-3 + (-8) - (-13)$;

4) $-15 - (-14) + (-24)$.

876. Заполните таблицу:

k	15	-20	8	12	0	1	-31	-17	-12	37	-40
n	20	-10	-3	15	-1	-2	0	-17	24	-3	-50
$k - n$	-5		11								

877. Поставьте вместо (*) соответствующее число:

- 1) $15 - * = 0$; 3) $-5 - * = 0$;
2) $16 - * = -1$; 4) $* - (-3) = 4$.

878. Выполните действия:

- 1) $-9 + (-28) - (-27)$; 3) $-16 - (-30) + (-30)$;
2) $20 - (-9) - 9$; 4) $-12 - 8 + (-10)$.

Найдите разность (**879–880**):

- 879.** 1) $-3,8 - 2,2$; 3) $-0,45 - 0$; 5) $-9,31 - (-9,31)$;
2) $-4,9 - (-4,8)$; 4) $0 - (-4,1)$; 6) $-8,3 - (-9,3)$.

- 880.** 1) $-\frac{8}{15} - \left(-\frac{7}{15}\right)$; 3) $\frac{7}{13} - \left(-\frac{5}{26}\right)$; 5) $-\frac{8}{17} - \left(-\frac{9}{17}\right)$;
2) $-\frac{2}{9} - \left(-\frac{4}{9}\right)$; 4) $0 - \left(-1\frac{2}{3}\right)$; 6) $-\left(-\frac{7}{9}\right) - 1\frac{5}{9}$.

881. Вычислите вместо разности сумму, заменив вычитаемое числом, противоположным ему:

- 1) $28 - (-1)$; 3) $(-63) - (-42)$; 5) $(-35) - (-85)$;
2) $30 - (-5)$; 4) $(-19) - (-11)$; 6) $(-34) - (-34)$.

О б р а з е ц: $(-25) - (-35) = (-25) + (+35) = 10$.

882. Вычислите, используя образец:

- 1) $-374 - (-352)$; 3) $-958 - (-838)$; 5) $-120 - (-280)$;
2) $-474 - (-364)$; 4) $-381 - (-470)$; 6) $-480 - (-370)$.

Образец: $-874 - (-461) = -874 + 461 = -(874 - 461) = -413$.

883. Найдите расстояние между двумя точками, заданными своими координатами на оси координат:

- 1) $A(-2)$, $B(2)$; $C(0)$, $D(4)$; $E(3)$, $F(5)$; $M(-3)$, $O(0)$;
2) $K(-4)$, $L(-1)$; $P(-1)$, $Q(1)$; $M(-5)$, $N(-2)$; $S(-5)$, $T(-1)$.

Начертите соответствующие отрезки.

884. Дробная часть числа равна разности между самим числом и его целой частью. Найдите дробную часть числа $(-3,14)$.

Решение: $-3,14 - (-4) = -3,14 + 4 = 0,86$. О т в е т: $0,86$.

Найдите дробную часть числа: $-2\frac{5}{9}$; $-3\frac{3}{4}$; $-0,8$; $-\frac{5}{7}$; $-2,1$.

885. Запишите сумму без скобок и вычислите:

- 1) $(-45) + (-55)$; 3) $51 + (-11)$; 5) $(-35) + (-45 + 10)$;
2) $(-54) + (-16)$; 4) $72 + (-22)$; 6) $-35 + (-25 + 75)$.

О б р а з е ц: $(-16) + (-24) = -16 - 24 = -40$.

886. Вычислите:

- 1) $-8 + 9 - 10 + 11 - 12 + 13 - 14 + 15 - 16 + 17 - 18 + 19$;
 2) $1 - 2 + 3 - 4 + 5 - 6 + \dots + 99 - 100$.

887. Сколько целых чисел расположены между -5 и 7 ?

- A) 13; B) 12; C) 11; D) 10.

888. Решите уравнение:

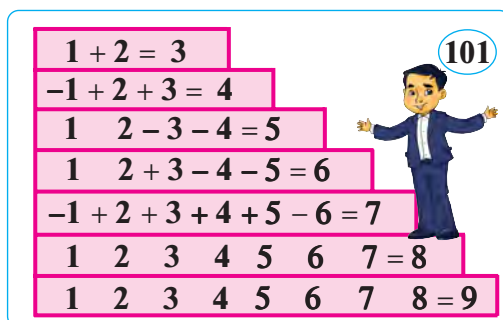
- 1) $x + 10 = 3$; 3) $-1 - x = -10$; 5) $-5 + x = -30$;
 2) $-1 - x = -1$; 4) $x + 17 = 0$; 6) $x - 23 = -43$.

Образец: $4,8 - x = -1,8$; $x = 4,8 - (-1,8)$; $x = 4,8 + 1,8$; $x = 6,6$.

889. Представьте числа -16 ; -7 ; -2017 ; -5 ; 0 ; 13 в виде суммы: 1) двух отрицательных; 2) положительного и отрицательного числа.

890. Которое из чисел: $-3,5$; $3,5$; -4 ; 3 является корнем уравнения: 1) $-5 + x = -8,5$; 2) $3 - x = 7$?

891. 1) Вставьте в числовой пирамиде на рисунке 101 знаки «+» или «-» так, чтобы равенство было верным. Рядом стоящие цифры можно считать как одно число.



2) Поставьте между некоторыми цифрами в записи 88888888 знак сложения так, чтобы получилось выражение, значение которого равно 1000.

892. Выполните вычитание:

- 1) $89 - 99$; 2) $713 - 843$; 3) $108 - 228$; 4) $2015 - 2017$.

893. Замените вычитание сложением и вычислите:

- 1) $-17 - 43$; 2) $-69 - 41$; 3) $-150 - 50$; 4) $-160 - 40$.

894. Заполните таблицу:

k	3	-15	-20	-5	25	38	52	-45	-47	80	-70
n	7	-8	10	15	29	48	68	15	-33	95	-80
$k - n$	-4										

895. Решите уравнение:

- 1) $30 - x = 42$; 3) $62 - x = -1$; 5) $-x - 3,4 = 6,6$;
 2) $-8 + x = -7$; 4) $-4,8 + x = -5$; 6) $-10 - x = -11$.

896. Вычислите:

1) $-27 - (-10) + (-10)$;

3) $85 - (-15) - 105$;

2) $-6 + (-15) - (-16)$;

4) $-24 - (-14) + (-40)$.

897. Найдите расстояние между точками:

1) $A(-5)$ и $B(-1)$;

3) $K(-3)$ и $L(2)$;

2) $C(-4,5)$ и $D(-1,5)$;

4) $E(-3)$ и $F(-2)$.

Изучаем английский язык!



положительный знак — minus sign

отрицательный знак — plus sign

температура — temperature

право — right

лево — left

отрезок — segment

ТЕСТ 7

Проверьте себя!

1. Найдите сумму: $(-51 + 40) + (-78 + 47)$.

A) 42; B) -42; C) -11; D) -31.

2. Найдите сумму: $(200 + (-206)) + (46 + (-51))$.

A) -9; B) -11; C) -20; D) 20.

3. Найдите сумму: $89 + (-(-61)) + (-170)$.

A) 70; B) -90; C) -111; D) -20.

4. Найдите сумму: $(3,8 - 5,4) + (-6,3 + 4,3)$.

A) -3,6; B) 3,6; C) -0,4; D) -1,4.

5. Найдите сумму: $3\frac{1}{7} + \left(-\left(-4\frac{3}{14}\right)\right) + \left(-10\frac{5}{14}\right)$.

A) $3\frac{5}{14}$; B) $17\frac{5}{14}$; C) -3; D) 3.

6. Выполните действия: $(-13 + 11) - (-4 + 7)$.

A) -5; B) -2; C) -3; D) 3.

7. Выполните действия: $-29 - (88 - 98)$.

A) 19; B) -19; C) -10; D) -39.

8. Выполните действия: $-108 - (-41 - 53)$.

A) -47; B) -35; C) -14; D) 14.

9. Выполните действия: $(-3,14 + 2,71) - (-4,7 + 1,8)$.

A) -2,47; B) 2,47; C) 3,33; D) -0,14.

10. Выполните действия: $-8,9 - (7,8 - 10,8)$.

A) -8,6; B) -11,9; C) -5,9; D) 11,9.

Глава VII. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел

105–106

Умножение чисел

Правило знаков для умножения		
Множители	Произведение	
+	+	+
–	–	+
+	–	–
–	+	–

$$-45 \cdot (-38) = 1710$$

$$\begin{array}{r} 45 \\ \times 38 \\ \hline 360 \\ + 1350 \\ \hline 1710 \end{array}$$



Правило 1. Для того чтобы найти произведение двух чисел одного знака, надо перемножить их модули и перед произведением поставить знак «+».

Например, $2,7 \cdot 1,3 = 3,51$; $(-8) \cdot (-6) = |-8| \cdot |-6| = 8 \cdot 6 = 48$.

Правило 2. Для того чтобы найти произведение двух чисел разных знаков, надо перемножить их модули и перед произведением поставить знак «–».

Например: $12 \cdot (-3) = -|12| \cdot |-3| = -12 \cdot 3 = -36$.

$$-15 \cdot 2,5 = -|-15| \cdot |2,5| = -15 \cdot 2,5 = -37,5.$$

Имеют место следующие утверждения:

1. Если один из множителей равен 0, то произведение равно 0:
 $n \cdot 0 = 0$; $0 \cdot n = 0$.

Например, $(+5) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (+5) = 0$; $(-3) \cdot 0 = 0$; $0 \cdot (-3) = 0$.

2. Если один из множителей равен (–1), тогда произведение равно числу, противоположному второму множителю.

Следовательно, умножение на (–1) изменяет знак произведения, то есть:

$$n \cdot (-1) = -n; \quad (-1) \cdot n = -n.$$

Например, $(-1) \cdot 8 = -8$; $(-6) \cdot (-1) = 6$.



Если число множителей произведения **четно** (нечетно), то произведение будет **положительным** (отрицательным)

Первая степень
любого числа равна
самому числу:
 $n^1 = n$.



$$\begin{aligned} 0^1 &= 0; & 1^1 &= 1; \\ (-2)^1 &= -2; & 3^1 &= 3; \\ (-2,5)^1 &= -2,5; \\ -2\,017^1 &= -2\,017. \end{aligned}$$

- 898.** 1) Как находится произведение чисел: а) с одинаковыми знаками; б) с разными знаками? Объясните на примерах.
2) Как определяется знак произведения нескольких множителей?

899. Заполните таблицу:

k	15	-4	-5	-4	18	27	-15	19	-13	-1	1
n	8	-3	8	12	-6	-3	-12	-8	7	-1	-1
$k \cdot n$	120	12									

900. Найдите произведение:

- 1) $-8 \cdot 11 \cdot (-25)$; 3) $-3 \cdot (-12) \cdot 7$; 5) $-57 \cdot (-3) \cdot (-2)$;
2) $15 \cdot 12 \cdot (-6)$; 4) $-48 \cdot 11 \cdot 4$; 6) $-11 \cdot (-12) \cdot (-5)$.

901. Заполните таблицу:

k	-8	10	3	1	-7	10	-5	12	-9	25
m	3	-2	5	-10	2	5	-4	11	-5	-10
n	5	4	-1	-8	-3	-2	-8	-4	-10	-8
$k \cdot m \cdot n$	-120									

902. Заполните таблицу:

k	-4	3	-3	3	-8	8	-8	8	-4	10
$n - 10$	10	10	-10	-12	-12	12	12	-5	-7	0
$k \cdot n$	-80									

903. Произведение трех чисел положительно. Можно ли сказать, что каждое из трех чисел также положительно? Какие случаи возможны? Приведите примеры.

904. Найдите числовое значение выражения:

- 1) $-7 \cdot 8 - (-10) \cdot (-2)$; 3) $-7 \cdot (-5) - (-16) \cdot (-3)$;
2) $3 \cdot (-9) - 4 \cdot (-5)$; 4) $-15 \cdot 4 - 20 \cdot 9 \cdot (-1)$.

905. Произведение трех чисел отрицательно. Можно ли сказать, что каждое из трех чисел отрицательно? Какие случаи возможны? Приведите примеры.

906. Найдите произведение: 1) $a \cdot b \cdot c$; 2) $-a \cdot (-b) \cdot c$; 3) $-(a \cdot b \cdot c)$; 4) $a \cdot b \cdot (-c)$, если $a = -10$, $b = 7$, $c = -15$.

907. Определите которое из произведений: а) положительно; б) отрицательно; в) равно нулю:

- 1) $-1 \cdot (-2) \cdot \dots \cdot (-99) \cdot (-100)$; 3) $(-20) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 20 \cdot 100$;
2) $-2 \cdot (-4) \cdot (-6) \cdot \dots \cdot (-100)$; 4) $-1 \cdot (-3) \cdot \dots \cdot (-99)$.

908. Найдите произведение целых чисел, удовлетворяющих неравенству:

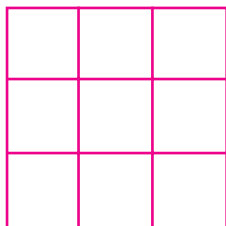
- 1) $-5 \leq n \leq 0$; 2) $-100 \leq n \leq 100$; 3) $-5 \leq n \leq -1$.

909. 1) Расположите в клетках числа $-1, +2, -3, +4, -5, +6, -7, +8, -9$ так, чтобы произведение по строкам, столбцам и диагоналям было отрицательным числом (рис. 102, а).

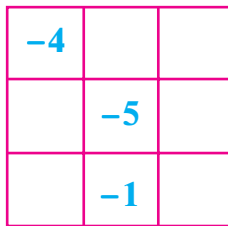
2) Даны числа $-1, -2, -3, -4, -5, -6, -7, -8, -9$. Часть из них размещена в клетках (рис. 102, б). Остальные числа поместите в клетки по строкам, столбцам и диагоналям так, чтобы их суммы были равны -15 .

3) В квадрате разместите числа $-2, -2, -2, -3, -3, -3$ так, чтобы их суммы по строкам и столбцам были равны -6 (рис. 102, в).

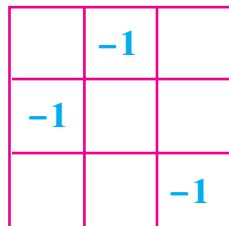
102



а)



б)



в)

910. В каком из вариантов ответов числа $25, -39, -52$ и 9 расположены в порядке убывания?

- А) $-52, -39, 9, 25$; В) $-39, -52, 9, 25$; С) $25, 9, -39, -52$; Д) $25, 9, -52, -39$.

911. Найдите произведение:

- 1) $(-8) \cdot (-5)$; 3) $7 \cdot (-28)$;
2) $(-11) \cdot (-12)$; 4) $10 \cdot (-81)$.

Вычислите (912–913):

912. 1) $4 \cdot 7 \cdot (-2)$; 3) $(-7) \cdot (-10) \cdot (-5)$; 5) $(-8) \cdot 11 \cdot (-25)$;
2) $-1 \cdot (-2) \cdot 8$; 4) $(-3) \cdot (-1) \cdot (-4)$; 6) $(-48) \cdot 11 \cdot 4$.

913. 1) $(-28) \cdot (-5) - 7 \cdot 8$; 3) $-15 \cdot (-22) - (-3) \cdot (-24)$;
 2) $(-29) \cdot 3 - (-10) \cdot 12$; 4) $-31 \cdot (-11) - (-14) \cdot (-12)$.

914. Не выполняя умножения определите, какое из произведений: а) положительно; б) отрицательно; в) равно нулю:

1) $15 \cdot 14 \cdot \dots \cdot 2 \cdot 1 \cdot (-1) \cdot (-2) \cdot \dots \cdot (-14) \cdot (-15)$;
 2) $-25 \cdot (-24) \cdot \dots \cdot (-2) \cdot (-1) \cdot 0 \cdot 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 24 \cdot 25$;
 3) $-2 \cdot 3 \cdot (-4) \cdot 5 \cdot (-6) \cdot 7 \cdot (-8) \cdot 9 \cdot (-10) \cdot 11 \cdot (-12)$.

915. Заполните таблицу:

k	28	-31	-40	14	-45	-52	-35	48	-75	-2	-6
n	-5	4	9	-10	-8	-5	-8	-11	4	2	-6
$k \cdot n$	-140	-124									

916. Что можно сказать о знаках множителей, если произведение четырех чисел: а) положительное число; б) отрицательное число? Приведите пример.

107–109

Деление чисел

1. Деление чисел с разными знаками. При делении по заданному произведению и одному из множителей находят другой множитель.

Разделить a на b — это значит, найти такое x , чтобы $b \cdot x = a$.

Например, $28 : 4 = 7$, так как $7 \cdot 4 = 28$; $-28 : (-4) = 7$, так как $7 \cdot (-4) = -28$; $-28 : 4 = -7$, так как $-7 \cdot 4 = -28$; $28 : (-4) = -7$, так как $-7 \cdot (-4) = 28$.

Из вышеприведенных примеров следует правило знаков для деления.

Правило знаков для деления		
Делимое	Делитель	Частное
+	+	+
-	-	+
+	-	-
-	+	-

$$736 : (-23) = -32$$

$$\begin{array}{r} 736 \\ - 69 \\ \hline 46 \\ - 46 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 23 \\ 32 \end{array}$$



Правило 1. Для того чтобы разделить число на другое число того же знака, надо разделить их модули и поставить перед частным знак «+».

Например, $2,99 : 1,3 = 2,3$; $(-8) : (-4) = |-8| : |-4| = 8 : 4 = 2$.

2. Деление целых чисел с разными знаками.

Правило 2. Для того чтобы разделить число на другое число с противоположным знаком, надо разделить их модули и поставить перед частным знак «-».

Например, $1,92 : (-1,2) = -|1,92| : |-1,2| = -1,92 : 1,2 = -1,6$.

Вообще, имеют место следующие утверждения:

1. Результат деления нуля на число n , отличное от нуля равен 0:

$$0 : n = 0.$$

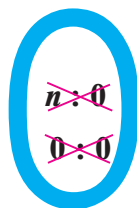
Например, $0 : (-8) = 0$; $0 : 7 = 0$.

На 0 делить нельзя!

Например, записи типа $(-6) : 0$ и $3 : 0$ не имеют смысла!

2. Если делитель равен (-1) , то частное равно числу, противоположному делимому:

$$n : (-1) = -n.$$



917. 1) Знаете ли вы правило деления: а) чисел одного знака; б) чисел разных знаков? Объясните на примерах. 2) Можно ли разделить 0 на число, отличное от 0? 3) Можно ли разделить на 0 любое число?

918. Выполните деление. Проверьте правильность деления делением и умножением:

1) $84 : (-4)$; | 2) $-75 : 3$; | 3) $-48 : (-6)$; | 4) $-36 : (-4)$.

919. Вычислите:

1) $(15 - 48) : 11$; | 3) $72 : (-22 - 14)$; | 5) $-75 : (17 - 42)$;
2) $-75 : (17 - 42)$; | 4) $0 : (-25 + 19)$; | 6) $-99 : (-28 + 61)$.

920. Найдите неизвестное число x :

1) $25x = -100$; | 3) $-x : 3 = -5$; | 5) $5x + 70 = -40 : 8$;
2) $-2x = -14$; | 4) $3x = -51$; | 6) $-0,6x = -1,2$.

921. Вычислите:

1) $(-8 + 10 - 7) : (-5)$;

3) $(-90 - 40 - 20) : 15$;

2) $(-37 + 15 - 24) : 2$;

4) $(-96 - 48 - 72) : 12$.

922. Найдите числовое значение выражения:

1) $(-48) \cdot (-9) : (-8) \cdot (-3)$;

3) $(-49) \cdot 8 : (-7) \cdot 4$;

2) $(-42) \cdot (-14) : (-7) \cdot 4$;

4) $(-125) \cdot 15 : (-25) \cdot (-3)$.

923. Заполните таблицу:

k	-1	1	-1	15	20	-28	-32	-45	-72	18	-24
n	1	-1	-1	-3	-4	-7	8	-15	4	-2	6
$k + n$	0										
$k - n$	-2										
$k \cdot n$	-1										
$k : n$	-1										

924. Используя равенство $864 : 48 = 18$, найдите числовое значение следующего выражения:

1) $-864 : 18$; | 2) $-48 \cdot 18$; | 3) $864 : (-48)$; | 4) $864 : (-18)$.

925. Представьте следующие числа в виде частного (отношения) двух целых чисел:

1; 5; -10; -3; -7; -15; 18; 40; 0; -12; 5; -40.

О б р а з е ц: 1) $8 = \frac{-16}{-2} = \frac{16}{2} = \dots$; 2) $-6 = \frac{-18}{3} = \frac{18}{-3} = \frac{-12}{2} = \dots$.

926. Выполните действия:

1) $(-85) : (-17) + (-42) \cdot (-3) - (-96) : 24$;

2) $(-70) : (-2) - (-84) : 4 + 63 : (-9)$.

927. Разделите наименьшее из чисел, удовлетворяющее неравенству, на наибольшее:

1) $-2,5 \leq x \leq -0,5$; 2) $-6 \leq x \leq -2,4$; 3) $-4\frac{2}{9} \leq x \leq -2\frac{1}{9}$.

928. Решите уравнение:

1) $(4 - x) : (-1) = (-11) : 11$; | 3) $(2 - x) : (-2,5) = (-0,8) : 2$;

2) $3\frac{1}{7} : (-x) = -6\frac{2}{7} : (-1)$; | 4) $(4,8 + x) : (-1,2) = (-16) : 8$.

929. Вычислите:

1) $((1 - 3) + (5 - 7) + (9 - 11) + \dots + (97 - 99)) : (-5)$;

2) $((2 - 4) + (6 - 8) + (10 - 12) + \dots + (98 - 100)) : (-10)$.

930. Заполните таблицу:

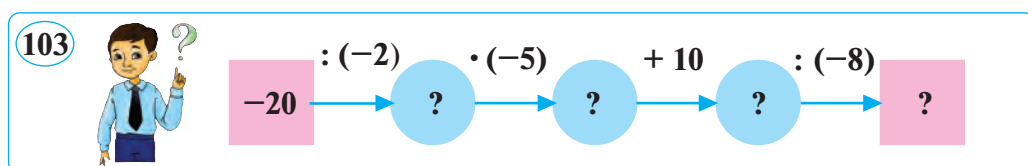
k	6	18	-12	-15	9	21	27	-45	48	-3
n	-4	-16	-8	-20	14	36	30	22	-24	-2
$k : (-3) + n : (-2)$	0	2								

931. Вычислите:

1) $(-9,8 + 5,6 - 8,4) : (-1,4)$; 2) $(-3,6 + 2,7 - 7,2) \cdot 1,8$.

932. Найдите 10 натуральных чисел, сумма и произведение которых, равны 20.

933. Вместо знака вопроса поставьте соответствующие числа (рис. 103).



934. Выполните деление:

1) $-100 : 25$; 2) $-56 : (-8)$; 3) $99 : (-3)$; 4) $-78 : (-6)$.

935. Вычислите:

1) $-54 : (-3) - 52$; 2) $(89 - 69) : 2$; 3) $-48 : (12 - 6)$.

936. Используя равенство $420 : 28 = 15$, вычислите:

1) $-420 : (-15)$; 3) $-420 : (-28)$; 5) $(-15) \cdot (-28)$;
 2) $-420 : 15$; 4) $-420 : 28$; 6) $(-15) \cdot 28$.

937. Заполните таблицу:

:	-144	-720	-2160	-1080	648	792	2376	-1188
-3	48							
-6	24							
18	-8							
36	-4							

938. Решите уравнение:

1) $3 \cdot (-x) + 51 = 6 - 12$; 2) $-3x - 21 = 81 - 84$.

939. Вычислите:

1) $-2,7 : (-0,3) - 11$; 3) $2,7 : (-3) + 1,1$;
 2) $\left(5\frac{3}{11} - 7\frac{3}{11}\right) : (-2)$; 4) $\left(-8\frac{7}{13} + 2\frac{4}{13}\right) : (-3)$.

1. Понятие рационального числа.

Число, которое можно представить в виде дроби $\frac{k}{n}$, называется **рациональным числом**, где k — целое, n — натуральное число.

Любое целое число k является рациональным числом, так как k можно записать в виде $k = \frac{k}{1}$.

$$\text{Например, } -5 = \frac{-5}{1}; \quad 10 = \frac{10}{1}; \quad 0 = \frac{0}{1}.$$

Положительные и отрицательные простые дроби, смешанные числа и десятичные дроби также являются рациональными числами.

Пример. Являются ли числа 1) $-\frac{2}{7}$; | 2) $-2\frac{2}{3}$; | 3) $-0,3$;

4) $3\frac{1}{7}$; | 5) $2,743$; | 6) $-7\frac{1}{3}$ рациональными?

$$1) -\frac{2}{7} = \frac{-2}{7}; \quad 3) -0,3 = \frac{-3}{10}; \quad 5) 2,743 = 2\frac{743}{1000} = \frac{2743}{1000};$$

$$2) -2\frac{2}{3} = \frac{-8}{3}; \quad 4) 3\frac{1}{7} = \frac{22}{7}; \quad 6) -7\frac{1}{3} = -\frac{22}{3} = \frac{-22}{3}.$$

Каждое из чисел записано в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое, n — натуральное число. Значит, эти числа рациональные.

Так как рациональное число $\frac{k}{n}$ — это дробь, то оно удовлетворяет всем свойствам дробей.

Сумма, разность, произведение и частное рациональных чисел есть число рациональное.

Примеры. 1) $-\frac{4}{9} + \frac{6}{7} = \frac{7\cancel{4} - 9\cancel{6}}{9 \cdot 7} = \frac{-28 + 54}{63} = \frac{26}{63};$

2) $\frac{2\cancel{9}}{11} - \frac{1\cancel{19}}{22} = \frac{18 - 19}{22} = \frac{-1}{22} = -\frac{1}{22};$

$$3) \quad \frac{2}{-3} \cdot \left(-\frac{9}{4}\right) = \frac{2}{-3} \cdot \left(\frac{-9}{4}\right) = \frac{1\cancel{2} \cdot 9^3}{1\cancel{3} \cdot 4_2} = \frac{1 \cdot 3}{1 \cdot 2} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2};$$

$$4) \quad 4\frac{1}{6} : \left(-2\frac{1}{12}\right) = \frac{25}{6} : \left(-\frac{25}{12}\right) = -\left(\frac{25}{6} : \frac{25}{12}\right) = -\left(\frac{1\cancel{25}}{6_1} \cdot \frac{12^2}{25_1}\right) = -\frac{2}{1} = -2.$$

2. Свойства действий над рациональными числами.

Пусть a , b и c — произвольные рациональные числа.

Имеют место следующие свойства:

Свойство 1. Сложение рациональных чисел обладает переместительным и сочетательным законами, то есть

$$a + b = b + a; \quad a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Свойство 2. Число не изменится, если к нему прибавить нуль:

$$a + 0 = a.$$

Свойство 3. Сумма противоположных чисел равна 0:

$$a + (-a) = 0.$$

Свойство 4. Произведение рациональных чисел обладает переместительным и сочетательным законами, то есть

$$a \cdot b = b \cdot a; \quad a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c.$$

Свойство 5. Рациональное число не изменится, если умножить его на 1:

$$a \cdot 1 = 1 \cdot a = a.$$

Свойство 6. Произведение рационального числа на нуль равно 0:

$$a \cdot 0 = 0 \cdot a = 0.$$

Свойство 7. Произведение взаимно противоположных чисел равно 1:

$$a \cdot \frac{1}{a} = 1, \text{ где } a \neq 0.$$

Свойство 8. Умножение рациональных чисел обладает distributive свойством относительно сложения, т. е. для рациональных чисел a , b , c :

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c.$$

Свойство 9. Если произведение равно 0, то хотя бы один из сомножителей равен 0, то есть, если $a \cdot b = 0$, то или $a = 0$ или $b = 0$ (возможно: и $a = 0$, и $b = 0$).

940. 1) Какие числа называются рациональными?



2) Какое число получится при сложении, вычитании, умножении и делении рациональных чисел? Приведите примеры.

3) Сформулируйте свойства сложения и умножения рациональных чисел.

4) Когда произведение рациональных чисел равно 0?

5) Запишите распределительное свойство умножения относительно сложения.

941. Запишите числа 5 ; 1 ; 0 ; -1 ; $-2,19$; $3,21$; $-\frac{2}{7}$; $\frac{1}{-3}$; $2\frac{4}{9}$ в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое число, n — натуральное число.

942. Выполните действия и запишите результат в виде $\frac{k}{n}$ (k — целое число, n — натуральное число):

1) $-\frac{5}{7} + \frac{8}{21}$; 4) $2\frac{9}{13} + \left(-3\frac{4}{13}\right)$; 7) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$;

2) $-\frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; 5) $\frac{2}{3} - \frac{1}{5} + \frac{4}{15}$; 8) $-\frac{2}{9} - \left(-\frac{1}{3}\right)$;

3) $\frac{3}{9} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right)$; 6) $-2\frac{2}{3} \cdot \left(-1\frac{1}{8}\right)$; 9) $\frac{2}{3} : \left(-\frac{5}{9}\right)$.

943. Вычислите:

1) $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} - \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} - \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6}$; 3) $\frac{7}{8} : \left(-2\frac{1}{4}\right) : \frac{5}{6} : \left(-2\frac{1}{2}\right) : \left(-\frac{6}{25}\right)$;

2) $(2,6 : (-13) + 1,2) : (-0,1)$; 4) $\left(-4\frac{3}{7}\right) \cdot 1\frac{4}{31} + \left(-6\frac{2}{3}\right) : 3\frac{1}{3}$.

944. Сумма всех чисел в клетках квадрата равна -10 . Какое число нужно поставить в пустую клетку (рис. 104)?

104	$-2\frac{1}{7}$	$-5\frac{4}{7}$	$-1\frac{4}{5}$	$-5\frac{3}{5}$	$-\frac{5}{9}$			$-6\frac{8}{11}$
	$-\frac{3}{7}$			$-2\frac{4}{7}$	$-2\frac{7}{9}$	$-1\frac{2}{9}$	$-\frac{2}{11}$	$-2\frac{5}{11}$

945. Проверьте правильность равенства $a + b = b + a$, при:

1) $a = -27,3$, $b = -12,5$; 2) $a = -54,8$, $b = 65,9$.

946. Вычислите удобным способом:

1) $4,4 + (-2,3) + 2,5 + (-1,7)$; 3) $0,4 + (-4,1) + (-3,4) + (-5,9)$;

2) $\frac{4}{13} + \frac{3}{13} + \frac{5}{13} - \frac{4}{13} - \frac{8}{13}$; 4) $-3\frac{2}{3} + \left(-2\frac{5}{6}\right) + 3\frac{3}{4} + \left(-3\frac{3}{8}\right)$.

947. Найдите произведение. Проверьте верность результата с помощью переместительного свойства:

1) $-15 \cdot (-4)$; 2) $-25 \cdot (-9)$; 3) $-94 \cdot 2$; 4) $-100 \cdot 6$.

948. Вычислите удобным способом, используя переместительный закон:

1) $-25 \cdot 28 \cdot (-4)$; 4) $-\frac{7}{8} \cdot 6\frac{3}{7} \cdot \left(-\frac{8}{7}\right)$;

2) $-3\frac{1}{7} \cdot 1\frac{3}{11} \cdot \frac{1}{4}$; 5) $-75 \cdot (-9) \cdot 4$;

3) $18 \cdot (-25) \cdot 5 \cdot (-4)$; 6) $-\frac{7}{11} \cdot (-8) \cdot \left(-1\frac{4}{7}\right)$.

949. Вынесите за скобки общий множитель и вычислите:

1) $7,6 \cdot 6,9 - 7,6 \cdot (-3,1)$; 3) $6,2 \cdot 8,4 - 8,4 \cdot (-3,8)$;

2) $-\frac{3}{7} \cdot \frac{5}{8} + \left(-\frac{4}{7}\right) \cdot \frac{5}{8}$; 4) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{3}{4} - \frac{1}{4} \cdot \left(-\frac{5}{9}\right)$.

950. Разъясните распределительный закон умножения относительно сложения $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. Проверьте верность этого свойства, при:

1) $a = 0,3$, $b = -0,2$, $c = -1,2$; 2) $a = -\frac{4}{11}$, $b = -\frac{5}{11}$, $c = -1\frac{2}{9}$.

951. В таблице при движении вправо нужно прибавлять число, а при движении вниз вычитать. Найдите такой путь из верхнего левого угла в нижний правый угол, чтобы в результате получить число, записанное в кружочке (рис. 105).

105

$3\frac{8}{9}$	$2\frac{7}{9}$	$5\frac{2}{9}$
$\frac{4}{9}$	$5\frac{3}{9}$	$1\frac{4}{9}$
$2\frac{5}{9}$	$6\frac{1}{9}$	$\frac{2}{9}$

a)

10

$5\frac{1}{6}$	$8\frac{2}{6}$	$2\frac{1}{6}$
$4\frac{2}{6}$	$7\frac{5}{6}$	$3\frac{2}{6}$
$\frac{5}{6}$	$2\frac{4}{6}$	$4\frac{1}{6}$

b)

$7\frac{5}{6}$

$4\frac{6}{7}$	$1\frac{3}{7}$	$5\frac{4}{7}$
$2\frac{1}{7}$	$\frac{5}{7}$	$3\frac{6}{7}$
$1\frac{5}{7}$	$3\frac{2}{7}$	$6\frac{1}{7}$

в)

$8\frac{3}{7}$

952. Вычислите сумму: $1 + 2 - 3 - 4 + 5 + 6 - 7 - 8 + \dots + 301$.

953. На числовой оси найдите числа, которые находятся от числа -4 на расстоянии $2,3$ единицы.

A) $-6,3$; B) $-6,3$ и $-1,7$; C) $-6,3$ и $1,7$; D) $-1,7$.

954. Запишите числа 7 ; -11 ; $2,81$; $-2,43$; $-1,01$; 21 ;

$-\frac{2}{3}$; $\frac{3}{-4}$; $3\frac{5}{9}$ в виде $\frac{k}{n}$, где k — целое число, n —

натуральное число.

955. Выполните действия и запишите результат в виде $\frac{k}{n}$:

1) $-8 + (-2)$; 3) $-1,8 + (-2)$; 5) $-\frac{5}{42} + \frac{10}{21}$;

2) $-2\frac{2}{5} \cdot (-3\frac{1}{8})$; 4) $0,4 \cdot (-1\frac{4}{5})$; 6) $-4,8 : 1\frac{1}{15}$.

Вычислите удобным способом (**956–958**):

956. 1) $7\frac{13}{28} - (3\frac{9}{28} - 5\frac{3}{13})$; 3) $(5\frac{9}{10} - 7\frac{4}{5}) - (-2,8)$;

2) $(6\frac{2}{7} - 2\frac{1}{2}) - (-3\frac{5}{7})$; 4) $16\frac{9}{10} - (3\frac{11}{24} - 1\frac{1}{10})$.

957. 1) $-\frac{1}{8} \cdot (8 \cdot (-\frac{3}{11}))$; 3) $-\frac{5}{9} \cdot \frac{4}{7} \cdot (-\frac{9}{5})$; 5) $2\frac{1}{8} \cdot (-\frac{3}{17}) \cdot 16$;

2) $\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} \cdot (-7\frac{1}{2})$; 4) $\frac{4}{7} \cdot (-\frac{5}{6}) \cdot 21$; 6) $-8\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{5}$.

958. 1) $-15 \cdot 37 + 14 \cdot 37 - 19 \cdot 37 + 17 \cdot 37$;

2) $26 \cdot 45 - 45 \cdot 27 + 31 \cdot 45 - 30 \cdot 45$;

3) $-48 \cdot 54 : 48 + 54 \cdot 48 : (-54)$;

4) $72 \cdot 38 : (-72) - 38 \cdot 72 : (-38)$.

Выполните действия (**959–961**):

959. 1) $(\frac{3}{5} - \frac{4}{5} - \frac{1}{3}) : 1\frac{1}{3} \cdot 5 + 0,9 : 1,8$; | 2) $(0,25 - 4\frac{3}{4}) : 0,4 - 1\frac{2}{3} : \frac{5}{18}$.

960. 1) $(4,059 - 10,881) : 0,9 - 0,2$;

2) $(0,3 \cdot 15,8 - 3,8 \cdot 2,3) : 0,2 - 24$.

961. 1) $(-8,6 \cdot 0,8 - 4,3) \cdot (-20) - 4,5$;

2) $-5,08 \cdot 12,5 - 5,6 \cdot (-3,5) + 15,8$.

**Вычисление степени натурального числа в простейших случаях, квадратного корня, значение которого равно рациональному числу.
Понятие периодической дроби**

1. Вычисление степени числа.

С понятием степени числа вы познакомились в 5 классе. Также как и для натуральных чисел, введем понятие степени и для отрицательных чисел

Пример 1. Вычислите произведение $(-2)^3 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$.

Решение. $-2 = (-1) \cdot 2$;

$$(-2) \cdot (-2) \cdot (-2) = (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 2 \cdot (-1) \cdot 2 = (-1) \cdot (-1) \cdot (-1) \cdot 2^3 = -8.$$

Следовательно, $(-2)^3 = -8 = -2^3$.

Вообще, произведение k (k — натуральное число) множителей, каждое из которых равно n называется **k - степенью** числа n и обозначается n^k :

$$n^k = \underbrace{n \cdot n \cdot \dots \cdot n}_{k \text{ раз}}.$$

Пример 2. Вычислите произведение $(-2)^4 = (-2) \cdot (-2) \cdot (-2) \cdot (-2)$.

$$\text{Решение. } (-2)^4 = \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_4 \cdot \underbrace{(-2) \cdot (-2)}_4 = 4 \cdot 4 = 16 = 2^4.$$

Из двух вышеприведенных примеров приходим к выводу.

Четная степень отрицательного числа является положительным числом, а нечетная степень — отрицательным числом (n и k — натуральные числа):

$$(-n)^{2k} = n^{2k}, \quad (-n)^{2k+1} = -n^{2k+1}.$$

2. Вычисление квадратного корня, значение которого равно рациональному числу.

Сначала рассмотрим следующие два примера.

Задача 1. Периметр квадрата равен 60 см. Найдите площадь этого квадрата.

Решение. Сторона квадрата равна $60 : 4 = 15$ (см). Поэтому его площадь равна $S = 15^2 = 225$ (см²).

О т в е т: $S = 225$ см².

Интересно!!!

$$(-12)^2 + 33^2 = 1\,233$$

$$(-4)^2 = (-2)^4$$

$$(-1)^{2\,017} = -1$$

$$(-1)^{2\,018} = 1$$

$$2^5 \cdot 9^2 = 2\,592$$

$$0^{2017} = 0$$



Задача 2. Площадь квадрата со стороной a равна 100 см^2 . Найдите сторону этого квадрата.

Решение. По условию $S = a^2 = 100 \text{ см}^2$. Длина стороны квадрата — положительное число. Положительное число, квадрат которого равен 100, равно 10.

Ответ: $a = 10 \text{ см}$.

В этой задаче по известному квадрату положительного числа было найдено само число, то есть, если известно, что $S > 0$, то можно найти такое число $a > 0$, что $S = a^2$. Найденное положительное число обозначают: $a = \sqrt{S}$ и говорят «число a есть *арифметический квадратный корень из числа S* ». Действие нахождения арифметического квадратного корня называют **извлечением квадратного корня** и оно является действием, обратным возведению в степень.

$\sqrt{\quad}$ — знак арифметического квадратного корня.

Тогда, $a = \sqrt{S} = \sqrt{100} = 10 \text{ (см)}$ — сторона квадрата, площадь которого равна $S = 100 \text{ см}^2$.

Нахождению арифметического квадратного корня как и нахождению стороны квадрата по его стороне, можно дать *геометрическое толкование*. Подробнее извлечение квадратного корня будет изучено в 8 классе.

Пример 3. 1) $\sqrt{1,21} = 1,1$, так как $1,1^2 = 1,21$;

2) $\sqrt{\frac{25}{36}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{36}} = \frac{5}{6}$, так как $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$;

3) $\sqrt{1\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{16}} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$, так как $\left(\frac{5}{4}\right)^2 = \frac{5^2}{4^2} = \frac{25}{16} = 1\frac{9}{16}$.

3. Понятие периодической дроби.

Любое рациональное число «разделив уголку» можно представить в виде конечной или бесконечной периодической дроби.

Пример 4. Обратите в десятичную дробь: 1) $\frac{29}{20}$; 2) $\frac{2}{3}$.

Решение. 1) Напомним, что, если несократимая дробь разлагается на простые множители, равные только 2 и 5, то она представима в виде конечной

	2	9				2	0
—	2	0				1	4 5
		9	0				
		8	0				
		1	0	0			
		1	0	0			
				0			

десятичной дроби. Знаменатель дроби $\frac{29}{20}$ можно представить как степень 10. так как $\frac{29}{20} = \frac{29 \cdot 5}{20 \cdot 5} = \frac{145}{100} = 1,45$.

Итак, если «разделить уголком» дробь $\frac{29}{20}$, то получается десятичная дробь $\frac{29}{20} = 1,45$.

2) При умножении знаменателя 3 дроби $\frac{2}{3}$ на некоторое число нельзя получить степень 10. При «делении уголком» каждый раз получаем одинаковый остаток (2), а в частном одну и ту же цифру 6.

Следовательно, процесс обращения этой дроби в десятичную бесконечен.

В результате деления получаем число $0,666\dots$, то есть $\frac{2}{3} = 0,666\dots$. Многоточие означает, что в частном цифра 6 повторяется *периодически*, бесконечное число раз.

Число $0,666\dots$ называют *бесконечной периодической десятичной дробью* или коротко *периодической дробью*.

Ч и т а ю т: «ноль целых 6 в периоде».

Бесконечная периодическая дробь, в которой повторяется одна или несколько цифр в определенном порядке, называется **простой периодической дробью**.

Множество повторяющихся цифр называется **периодом дроби** и записывается *в скобках*.

Например, числа $0,777\dots = 0,(7)$; $2,171717\dots = 2,(17)$;

$5,841841841\dots = 5,(841)$ десятичные периодические дроби.

Период первой дроби равен 7, второй — 17, а третьей — 841.

Любую периодическую десятичную дробь можно обратить в обыкновенную.

Чтобы обратить простую периодическую десятичную дробь в обыкновенную дробь, нужно в числителе написать цифры, стоящие в периоде, а в знаменателе написать столько девяток, сколько цифр в периоде.

Например, $6,(124) = 6\frac{124}{999}$.

	2			3			
—	2	0		0,6	6	6	...
	1	8					
—	2	0					
	1	8					
—	2	0					
	1	8					
		2					

- 962.** 1) Что называют степенью числа? Приведите примеры.
? 2) Что понимают под арифметическим квадратным корнем? 3) Какую десятичную дробь называют простой периодической десятичной дробью? Что такое период? 4) Как обратить простую периодическую десятичную дробь в обыкновенную дробь?

963. Определите знак степени и вычислите:

- 1) $(-1)^{10}$; | 2) $(-1)^7$; | 3) $(-3)^8$; | 4) $(-2)^7$; | 5) $(-1)^{2017}$.
964. Вычислите: 1) $3 \cdot (-2)^4 + 5 \cdot (-3)^3$; | 2) $(-1)^5 \cdot (-2)^3 - (-4)^3 \cdot 2$.
965. Вычислите: 1) $(-1)^{13} - (-1)^{15} + (-1)^{17}$; | 2) $(-2)^3 - (-3)^3 + (-3)^2$.
966. Найдите значение выражения x^2 , если $x = -5$; $-9,3$; $-0,8$; -8 ; $-1\frac{1}{3}$; $-2\frac{2}{7}$.
967. Найдите значение выражения y^3 , если $y = -4$; -2 ; $0,1$; $-1,1$; $0,7$; $-1\frac{1}{7}$; $1\frac{1}{7}$.
968. Найдите сторону квадрата, если его площадь равна:
1) 36 см^2 ; 2) 121 см^2 ; 3) 196 см^2 ; 4) $0,16 \text{ дм}^2$; 5) $1,96 \text{ см}^2$.

969. Обратите в периодическую десятичную дробь: $\frac{5}{9}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{8}{9}$.

- 970.** Запишите кратко периодическую десятичную дробь:
1) $5,222\dots$; 2) $1,373737\dots$; 3) $3,108108108\dots$.
971. Запишите как бесконечную дробь: $1,(3)$; $0,(28)$; $0,(001)$.
972. Вычислите и результат запишите как периодическую дробь: 1) $\frac{2}{3} + 1\frac{5}{9} + \left(-\frac{8}{9}\right)$; 2) $2\frac{7}{9} + \left(-1\frac{2}{3}\right) + \frac{5}{9}$; 3) $3\frac{2}{3} + \left(-1\frac{1}{9}\right) + \frac{7}{9}$.
973. Вычислите: 1) $(-8)^2 + (9)^2 - (-4)^3$; 2) $(-13)^2 - (-14)^2$.
974. Вычислите: 1) $(-1)^6 - (-1)^8 - (-1)^4$; 2) $(-1)^2 + (-1)^5 + (-1)^4$.
975. Найдите периметр квадрата, если его площадь равна:
1) $3,24 \text{ см}^2$; 2) $0,81 \text{ дм}^2$; 3) 144 мм^2 ; 4) 400 м^2 .

976. Запишите как периодическую дробь: $\frac{1}{9}$; $\frac{4}{9}$; $\frac{1}{3}$.

- 977.** Запишите кратко периодическую десятичную дробь:
1) $0,333\dots$; 2) $2,565656\dots$; 3) $1,020202\dots$.
978. Запишите как бесконечную дробь:
 $1,(07)$; $0,(12)$; $0,(23)$; $0,(17)$.
979. Вычислите и результат запишите как периодическую дробь:
1) $2\frac{4}{9} + \left(-1\frac{2}{3}\right)$; 2) $4\frac{5}{9} + \left(-3\frac{1}{3}\right)$; 3) $5\frac{1}{3} + \left(-1\frac{8}{9}\right)$.



рациональные числа — rational numbers

степень числа — power of a number

квадратный корень — square root

периодическая дробь — repeating decimal

ТЕСТ 8

Проверьте себя!

1. Вычислите произведение: $(-25) \cdot 3 \cdot 4$.
A) 75; B) 100; C) -100; D) -300.
2. Вычислите произведение: $125 \cdot (-5) \cdot 8$.
A) -5000; B) 5000; C) -625; D) 1000.
3. Выполните действие: $(-8) \cdot 5 + (-3) \cdot 6 - (-28)$.
A) 30; B) -30; C) -584; D) 86.
4. Выполните действие: $(-15) \cdot 4 + (-48) : (-3) - 150 : (-6)$.
A) -44; B) 44; C) 69; D) -19.
5. Выполните деление: $(-128) : (-4) : (-8) : 2$.
A) -44; B) 128; C) 2; D) -2.
6. Вычислите: $(-3)^3 : (-3)^2 + (-2)^3 : (-1)^4 - (-1)^8 : (-1)^7$.
A) 10; B) -10; C) -11; D) 12.
7. Вычислите: $-72 \cdot 18 + 36 \cdot 16 + 36 \cdot (-4)$.
A) -720; B) 864; C) -864; D) -144.
8. Вычислите: $(54 \cdot (-25) + 44 \cdot 25) : 50$.
A) 150; B) -3; C) 5; D) -5.
9. Выполните действие: $(-69 + 44) : (-5)$.
A) -3; B) -5; C) 5; D) 3.
10. Выполните действие: $(-12) \cdot 5 + (-54) : 3 - (-84 : (-14))$.
A) -84; B) -78; C) 90; D) -24.
11. Вычислите: $(28 \cdot (-12) - 28 \cdot (-2)) : 14$.
A) -40; B) 280; C) -280; D) -20.
12. Вычислите: $72,09 : (-9) + (-3,2) \cdot 5$.
A) -240; B) -2,401; C) 0,6; D) -0,6.

116–117 Правило раскрытия скобок. Коэффициент

1. Правило раскрытия скобок. Вы знакомы с распределительным законом умножения относительно сложения. Этот закон не связан со слагаемыми числами, поэтому имеет место и в тех случаях, когда слагаемые отрицательны.

Часто во время вычислений используют метод *раскрытия скобок* или *метод вынесения за скобки* общего множителя. При этом необходимо соблюдать следующие правила.

Правило 1. Если перед скобкой стоит знак «+», то при раскрытии скобок знаки всех слагаемых внутри скобки на меняются, скобки и знак «+» можно опустить:

$$a + (b - c) = a + b - c.$$

Пример 1. $+(-10 + 8 - 12) = -10 + 8 - 12 = -14$.

Правило 2. Если первое слагаемое в скобках написано без знака, то считается, что перед ним стоит знак «+»:

$$a + (b + c) = a + b + c.$$

Пример 2. $-2,8 + (2,8 - 7,63) = -2,8 + 2,8 - 7,63 = -7,63$.

Правило 3. Если перед скобками стоит знак «-», то при раскрытии скобок знаки слагаемых нужно поменять на противоположные:

$$a - (b - c) = a - b + c; \quad a - (-b + c) = a + b - c.$$

Пример 3. $-(-7 + 8 - 14) = 7 - 8 + 14 = 13$.

Правило 4. Если сумму взять в скобки и поставить перед ней знак «+», то знаки слагаемых, взятых в скобки, нужно оставить без изменения.

Пример 4. $-13 + 8 - 2 = +(-13 + 8 - 2) = +(-7) = -7$.

Правило 5. Если сумму взять в скобки и поставить перед ней знак «-», то знаки слагаемых, взятых в скобки, нужно поменять на противоположные.

Пример 5. $11 - 18 + 16 - 23 = -(-11 + 18 - 16 + 23) = -(-14) = 14$.

2. Понятие коэффициента.

Если выражение является произведением чисел и нескольких букв, то множитель, стоящий перед буквами, называется **коэффициентом**.

Пример 6. Упростите выражение $5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7$.

Решение. Упростить выражение означает, что надо выполнить необходимые действия и представить выражение в наиболее сжатой, краткой или простой форме.

Представлению выражения в краткой форме помогают необходимые нам свойства умножения, то есть можно произведение чисел записать перед произведением букв. В результате получаем следующее:

$$5 \cdot a \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot b \cdot 7 = \left(5 \cdot \left(-\frac{4}{15}\right) \cdot 7\right) \cdot (a \cdot b) = -\frac{28}{3} \cdot a \cdot b.$$

Ответ по сравнению с заданным выражением выглядит проще. Числовой коэффициент $-\frac{28}{3} \cdot a \cdot b$ равен $-\frac{28}{3}$.

Обычно, коэффициент записывают перед произведением букв. Перед произведением букв не пишут коэффициенты $+1$ и -1 , а также не пишут знак умножения (знак « $\cdot$ »): a^2b , $-ab^3$.

Таким образом, чтобы упростить выражение нужно перемножить по отдельности числа и буквы, а числовой коэффициент записать впереди.

- 980.** 1) Что значит выражение «раскрыть скобки»? Как раскрыть скобки, если впереди стоит знак « $+$ » или « $-$ »?
2) Если заключить слагаемые в скобки и поставить знак « $+$ » или « $-$ », то изменятся ли знаки слагаемых внутри скобок?
3) Что такое коэффициент? Объясните на примерах.
4) Ставится ли между буквами знак (« $\cdot$ »)?
5) Что значит упростить выражение?

981. Сначала раскройте скобки, а затем вычислите:

- 1) $-(83 + 51) + 51$; | 2) $+(-23 - 510) + 23$; | 3) $-(-31 + 40) + 40$.



Обычно перед скобками не пишут знак « $+$ », но при раскрытии скобок он учитывается.

982. Раскройте скобки:

- 1) $-2(a - 3b + 6)$; 3) $(3a - 2b - 5) \cdot 4$; 5) $5(3 - 2c + d)$;
2) $(a - 5b) \cdot (-4)$; 4) $-(-7x - y + 1)$; 6) $-0,5(4 + 2a - b)$.

983. Сначала раскройте скобки, а затем вычислите:

- 1) $+(65 + 35 - 101)$; 3) $-(8 \cdot 9 + 3 \cdot 7 - 68)$;
2) $-(65 + 53 - 38)$; 4) $-(8 \cdot 12 - 4 \cdot 9 - 56)$.

984. Взяв первые два слагаемых в скобки, поставьте перед ними: а) знак «+»; б) знак «-» и вычислите:

- 1) $65 + 94 - 45 - 23$; 3) $617 + 313 - 514 - 722$;
2) $-97 + 83 - 42 + 120$; 4) $-397 + 248 - 324 + 201$.

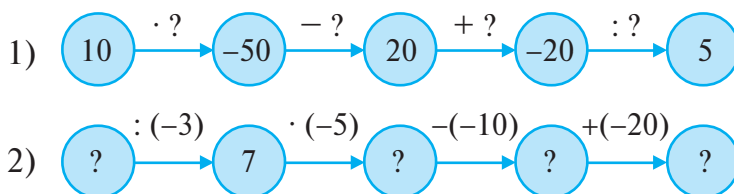
О б р а з е ц: $-17 + 23 - 33 + 50 = -(17 - 23) - 33 + 50 = 23$.

985. Раскройте скобки и вычислите:

- 1) $(219 + 511) - (-89 + 219)$; 3) $(218 - 425) - (18 - 435)$;
2) $(625 + 139) - (325 + 139)$; 4) $-(29 + 109) - (378 - 78)$.

986. Вместо знака «?» напишите соответствующие числа:

106



987. Раскрыв скобки, вычислите значение выражения:

- 1) $(20 - (-6)) - (15 - (-12))$; 3) $-(-65) - (-55 - 39) - (-34)$;
2) $-29 - (18 - 74) - (74 - 19)$; 4) $-48 - (-22) - (-34 - (-3))$.

988. Раскройте скобки и найдите значение выражения:

- 1) $(4,71 - 8,9) + (8,9 - 4,71)$; 3) $(5,9 + 3,1) - (5,9 - 3,1)$;

2) $\left(6\frac{13}{18} - 4,2\right) - \left(2\frac{7}{18} - 1,2\right)$; 4) $-8\frac{11}{13} - \left(\frac{2}{3} - \frac{11}{13}\right)$.

989. Вычислите удобным способом:

- 1) $18 \cdot 52 - 18 \cdot 37 - 18 \cdot 13$; 3) $21 \cdot 74 + 21 \cdot 11 - 85 \cdot 10$;
2) $42 \cdot 31 - 38 \cdot 42 + 21 \cdot 16$; 4) $-128 \cdot 39 + 78 \cdot 32 + 64 \cdot 59$.

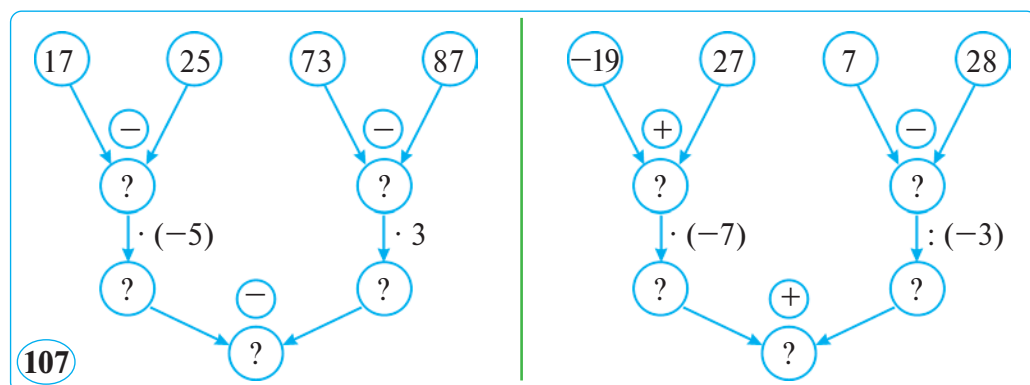
990. Решите уравнение:

- 1) $8,5 - (6,5 - x) = 3,8$; 3) $-(9,8 - x) - 10,5 = -20,8$;
2) $-2,3x + (2,8 + 9,3x) = 9,8$; 4) $-6,7x + (-3,5 - 3,3x) = 6,5$.

991. Вычислите удобным способом:

- 1) $25 \cdot 69 - 25 \cdot 37 - 25 \cdot 12$; 3) $12 \cdot 47 + 12 \cdot 13 - 30 \cdot 14$;
2) $24 \cdot 13 - 83 \cdot 24 + 12 \cdot 40$; 4) $64 \cdot 42 - 64 \cdot 12 - 15 \cdot 28$.

- 992.** Запишите в кружочки соответствующие числа: (рис. 107):
Составьте выражение, соответствующее вычислениям.



- 993.** (Устно.) Назовите коэффициент выражения:

- 1) $-2,1a$; 3) $-9c$; 5) $-4\frac{1}{3}x$;
2) $5,5b$; 4) $-1,8d$; 6) $\frac{5}{8}q$.

- 994.** Упростите выражение. Найдите значение:

- 1) $1,3x - 4,2x + 5,3x$; 3) $-9 \cdot (-b) + 4 \cdot (-c)$;
2) $-8 \cdot (-x) - 3 \cdot (-y)$; 4) $-x \cdot (-3,2) + y \cdot (-7)$.

- 995.** Найдите числовое значение выражения:

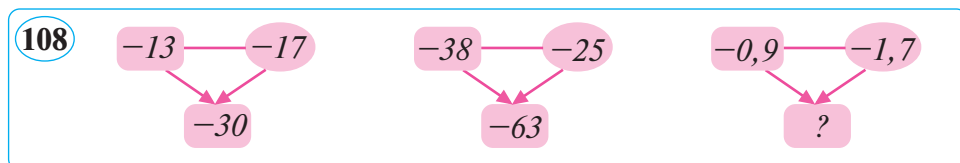
- а) $-0,4a$, где: 1) $a = -0,08$; 2) $-1,5$; 3) -4 ; 4) $0,05$;
б) $1,2b$, где: 1) $b = 1\frac{7}{12}$; 2) $-1\frac{1}{6}$; 3) $-1\frac{1}{3}$; 4) $-0,04$.

- 996.** Скорость поезда 60 км/ч. Найдите расстояние, пройденное поездом за t часов. Какой путь он пройдет за $t = \frac{2}{3}$; 1,4; 3; 3,5; $6\frac{1}{6}$; 7,2 ?

- 997.** Упростите выражение и запишите коэффициент:

- 1) $0,8a \cdot 1,5$; 3) $-4,5 \cdot (-1,2x)$; 5) $-2y \cdot (-3,54)$;
2) $\frac{2}{3}a \cdot (-1\frac{2}{7}b) \cdot (-1\frac{3}{4})$; 4) $-a \cdot (-b) \cdot (-c)$; 6) $\frac{14}{15}x \cdot \frac{3}{28}y$.

- 998.** Определите закономерность размещения чисел и найдите пропущенное число (?) (рис. 108).



Вычислите, вначале раскрыв скобки: (999–1002):

- 999.** 1) $+(84 - 208 + 25)$; 4) $-(59 - 69) - 29$;
2) $+(86 - 98) + 42$; 5) $-(284 - 49 - 244)$;
3) $-(45 - 69 - 21)$; 6) $+(-38 - 410) + 38$.
- 1000.** 1) $(119 + 141) - (-59 + 119)$; 3) $(228 - 215) - (28 - 315)$;
2) $(325 + 219) - (125 + 119)$; 4) $-(82 + 98) - (186 - 86)$.
- 1001.** 1) $-95 - (33 - 75)$; 3) $350 + (47 - 340)$;
2) $-9,7 + (-1,8 + 9,7)$; 4) $9,75 - (8,05 - 1,3)$.
- 1002.** 1) $4,95 + (3,275 - 4,95)$; 2) $\left(3\frac{5}{7} + 1\frac{2}{9}\right) - \left(2\frac{1}{7} + \frac{4}{9}\right)$.
- 1003.** Упростите выражение и выпишите коэффициент:
1) $-0,1a \cdot (-10b)$; 3) $-0,7c \cdot 0,4d$; 5) $-1,6xy \cdot (-0,5)$;
2) $1,2a \cdot (-b) \cdot 0,5c$; 4) $5cd \cdot (-0,2)$; 6) $0,18a \cdot (-10b)$.
- 1004.** Найдите числовое значение выражения:
1) $-2,8a$, где $a = -1,5$; $2,65$; $-5,5$; $-1\frac{1}{14}$;
2) $5,1b$, где $b = -10$; $-0,01$; $1\frac{8}{17}$; $-2\frac{2}{3}$.

118–119

Решение линейных уравнений с одним неизвестным

1. Подобные члены и их приведение.

Пример. Упростите выражение $8a - 6a - 4a$.

Решение. Запишем это выражение в виде суммы:

$$8a - 6a - 4a = 8a + (-6a) + (-4a),$$

тогда его члены можно назвать слагаемыми.

Слагаемые в этой сумме $8a$, $-6a$, $-4a$ имеют одинаковый множитель, они отличаются только коэффициентом. Такие слагаемые называются **подобными членами**.

В соответствии с распределительным законом, общий множитель можно вынести за скобки:

$$8a - 6a - 4a = (8 - 6 - 4)a = -2a.$$

О т в е т: $-2a$.

Таким образом, данное выражение $8a - 6a - 4a$ заменяется равным ему более простым выражением.

Чтобы заменить выражение равным ему более простым выражением, нужно:

1 шаг: сложить коэффициенты подобных членов;

2 шаг: умножить результат на общий числовой множитель.

Такое упрощение выражения называется **приведением подобных членов**.

Вы знаете распределительный закон умножения относительно сложения: $(a + b) \cdot c = ac + bc$, какими бы ни были числа a , b и c .

Замену выражения $(a + b) \cdot c$ выражением $ac + bc$, или выражением $c \cdot (a + b)$ также называют **раскрытием скобок**.

Замену выражения $ac + bc$ выражениями $(a + b) \cdot c$ или $c \cdot (a + b)$ называют **вынесением общего множителя c за скобки**.

2. Решение линейных уравнений, содержащих целый коэффициент, с одним неизвестным. С понятиями «уравнение», «решение уравнения» и «корень уравнения» вы познакомились в 5 классе. Рассмотрим примеры решения уравнений.

В 6 классе мы будем изучать *только линейные уравнения* или *уравнения с неизвестным в первой степени*. Такие уравнения после преобразований можно записать в виде $ax = b$, где a и b — произвольные числа, а x — неизвестное число.

Рассмотрим задачи, приводящие к составлению уравнения.

Задача. Одна из сторон треугольника на 3 см короче второй и на 2 см короче третьей. Найдите длины сторон треугольника, если его периметр равен 52 см.

Решение. Пусть длина первой стороны треугольника равна x см. Тогда длина второй стороны треугольника будет $(x + 3)$ см, а третьей стороны — $(x - 2)$ см. По условию задачи:

$$x + (x + 3) + (x - 2) = 52.$$

Преобразовав, приходим к уравнению $3x + 1 = 52$, где x — неизвестное, то есть длина первой стороны треугольника.

Величины $3x$, 1 , 52 называются **членами уравнения**. Члены уравнения, не содержащие x , т. е. 1 и 52 , называются **свободными членами**.

Это уравнение решается так:

1) К обеим частям уравнения $3x + 1 = 52$ прибавим (-1) :
 $3x + 1 + (-1) = 52 + (-1)$, отсюда $3x = 52 - 1$, так как $1 + (-1) = 0$.

Уравнение $3x + 1 = 52$ перейдет в уравнение $3x = 52 - 1$, если перенести $+1$ из левой части уравнения, поменяв знак на противоположный (получив -1). В результате получим уравнение $3x = 51$.

2) Разделим обе части уравнения $3x = 51$ на 3 :

$$3x : 3 = 51 : 3, \text{ отсюда } x = 17 \text{ (см).}$$

Тогда стороны треугольника равны 17 см, 20 см, 15 см.

П р о в е р к а: $17 + 3 = 20$, $17 - 2 = 15$, $17 + 20 + 15 = 52$.

О т в е т: 17 см, 20 см, 15 см.

Из решения уравнения соответствующего условию задачи приходим к следующим выводам:

Вывод 1. Любой член уравнения можно перенести из одной части уравнения в другую, поменяв при этом его знак на противоположный.

Вывод 2. Все члены уравнения можно умножить или разделить на одно и то же, не равное нулю, число..

Эти свойства называются *основными свойствами уравнения*. Корни уравнения при этом не меняются.

Пример 1. Решите уравнение $5(-2x + 3) = 10 - 4x$.

Решение. Этапы решения уравнения следующие:

1) раскрываем скобки: $-10x + 15 = 10 - 4x$;

2) по свойству 1 члены уравнения, содержащие неизвестное число x , переносим в левую часть уравнения, свободные члены переносим в правую часть: $-10x + 4x = 10 - 15$;

3) приводим подобные члены: $-6x = -5$;

4) по свойству 2, обе части уравнения делим на (-6) :

$$-6x : (-6) = -5 : (-6), \text{ откуда } x = \frac{5}{6}.$$

Проверка.

$$1) 5 \cdot \left(-1\cancel{2} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_3} + 3 \right) = -\frac{25}{3} + \cancel{3}15 = \frac{-25+45}{3} = \frac{20}{3} \text{ (левая часть);}$$

$$2) 10 - \cancel{2}\cancel{4} \cdot \frac{5}{\cancel{6}_3} = \cancel{3}\cancel{1}0 - \frac{10}{3} = \frac{30-10}{3} = \frac{20}{3} \text{ (правая часть).}$$

Следовательно, уравнение решено правильно. Ответ: $\frac{5}{6}$.

Пример 2. Решите уравнение: $3x + 2 = 4(x + 1) - x$.

Решение. Раскрываем скобки и приводим подобные. Члены уравнения, содержащие неизвестное x , переносим в левую часть уравнения, свободные члены – в правую часть:

$$3x + 2 = 4x + 4 - x; \quad 3x + 2 = 3x + 4; \quad 3x - 3x = 4 - 2; \quad 0 \cdot x = 2.$$

При умножении нуля на любое число получается нуль. Поэтому уравнение не удовлетворяет ни одному значению x . В таком случае говорят *уравнение не имеет решений*, то есть у него *нет корней*.

О т в е т: Уравнение не имеет корней.

Пример 3. Решите уравнение: $3x + 2 = 5(x + 1) - 2x - 3$.

Решение. Раскрываем скобки и приводим подобные члены. Члены уравнения, содержащие неизвестное x , переносим в левую часть уравнения, свободные члены — в правую часть. В результате получаем следующее:

$$3x + 2 = 5x + 5 - 2x - 3; 3x + 2 = 3x + 2, 3x - 3x = 2 - 2, 0 \cdot x = 0.$$

При умножении нуля на любое число получается нуль. Поэтому уравнение верно для любого значения x . Это означает, что x может принимать любое значение, то есть уравнение имеет *бесконечно много решений*.

О т в е т: уравнение имеет бесконечно много решений.

Напомним, что в уравнениях $0 \cdot x = 2$ и $0 \cdot x = 0$ коэффициент 0, стоящий перед x , не может равняться 0.

Рассмотрим решение сложного (нелинейного) уравнения

Пример 4. Решите уравнение: $(2x + 1)(5x - 3)(x + 3) = 0$.

Решение. Произведение трех множителей равно 0, следовательно, по крайней мере, один из них равен 0. Из уравнения получим три линейных уравнения:

1) $2x + 1 = 0$, отсюда $2x = -1$, то есть $x = -1 : 2$, $x = -0,5$;

2) $5x - 3 = 0$, отсюда $5x = 3$, то есть $x = 3 : 5$; $x = 0,6$;

3) $x + 3 = 0$, отсюда $x = -3$.

Таким образом, уравнение имеет три корня.

О т в е т: $-0,5$; $0,6$; -3 .



Уравнения, являясь одним из важнейших понятий математики, применяются при решении практических и теоретических задач. Решить уравнение значит найти все его корни или показать, что оно не имеет решений.

- 1005.** 1) Какие члены выражения называются подобными?
2) Что вы понимаете под приведением подобных членов?
3) Что понимается под решением уравнения?
4) Уравнение $2(x - 3) = 6 - x$ решите с объяснениями. Назовите этапы решения.

1006. Раскройте скобки и приведите подобные члены:

- 1) $-(-7a + 5) - 4,5a + 2,8$; 3) $(3b - 2) \cdot (-5) + 4$;
2) $(2,4x - 1) \cdot (-0,5) - 0,5x$; 4) $-8(c - 3) + 9c$.

1007. Приведите подобные члены:

- 1) $-8a - 5a + 7a + 2a$; 3) $21b - 10b + 9b - 12b$;
2) $1,3n - 4,3n - 5,7n - 2,9n$; 4) $2\frac{1}{7}y + 1\frac{4}{7}y - 4\frac{5}{7}y - 3\frac{5}{7}y$.

1008. Упростите выражение, затем найдите его числовое значение:

- 1) $7x - 4y + 5x - 6y + 9y$, где $x = 1\frac{1}{12}$, $y = -1,8$;
2) $-8,7y + 15 - 2,3y - 7,5$, где $x = 2\frac{3}{11}$; $1\frac{3}{22}$.

1009. Найдите значение выражения, пользуясь распределительным законом:

- 1) $17 \cdot 679 + 17 \cdot 321$; 3) $9,76 \cdot 3,41 + 6,59 \cdot 9,76$;
2) $2\frac{1}{7} \cdot 3\frac{5}{9} + 6\frac{6}{7} \cdot 3\frac{5}{9}$; 4) $4\frac{7}{11} \cdot 3\frac{8}{13} - 4\frac{7}{11} \cdot 2\frac{8}{13}$.

Решите уравнение (1010–1013):

1010. 1) $5(x - 1) + 7 = 3(x + 1) + 1$; 3) $3(3x + 5) - 4(3x - 5) = 0$;
2) $2(x + 1) + 3 = 3(x - 1) + 6$; 4) $7(5 - x) + 2 = 5(6 - x) + 1$.

1011. 1) $4(x - 3) - 3(x + 2) = -19$; 3) $-5(7 - x) - 4(x - 8) = 3$;
2) $2x + 1 + 3(x - 2) = 14$; 4) $2(x - 4) - 5(x - 6) = 1$.

1012. 1) $-9 \cdot (2x - 7) + 17 \cdot (x - 1) = 0$; 3) $5(x + 4) = 9x + 12$;
2) $-7 \cdot (2x - 3) + 5 \cdot (3x - 2) = 0$; 4) $8 - 5(4 - 3x) = 18$.

1013. 1) $-8 \cdot (3x - 2) + 5 \cdot (5x - 3) = 0$; 3) $3x - 7 = 2x + 3$;
2) $5x + 6 - (3x - 4) = x - 3 - (2x - 4)$; 4) $21 - 9x = 24 - 12x$.

1014. Сумма двух последовательных натуральных чисел равна 821. Найдите эти числа.

1015. Какое из чисел 1; 2; -1; 3; 0,5 является корнем уравнения: $4(2x + 3) = 7(x + 2)$?

1016. Сумма длин смежных сторон прямоугольника равна 52 см, его длина в 1,6 раза больше ширины. Найти его длину и ширину.

1017. Всего в трех шкафах 253 книги. В первом шкафу на 11 книг больше, чем во втором, но на 6 меньше, чем в третьем. Найдите, сколько книг в каждом шкафу.

- 1018.** Разместите в кружках цифры 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 так, чтобы получилось верное равенство:

$$\bigcirc \bigcirc \bigcirc . \bigcirc \bigcirc \bigcirc = \bigcirc \bigcirc \bigcirc . \bigcirc \bigcirc \bigcirc \bigcirc = 5\,568.$$

- 1019.** Сумма двух последовательных нечетных чисел равна 452. Найдите эти числа.
- 1020.** Периметр треугольника 80 см. Длина одной из его сторон на 4 см больше второй, но короче третьей на 3 см. Найдите длины сторон треугольника.
- 1021.** Периметр прямоугольника — 56 см. Найдите длины его сторон и площадь, если основание в 1,8 раза больше высоты.

Приведите подобные члены (**1022–1023**):

- 1022.** 1) $5a + 3a - 7a - 2a$; 3) $2,8x + 3,5x - 1,8x - 2,5x$;
2) $-4b + 5b - 6b + 3b$; 4) $19a - 12b - 7a + 24b$.
- 1023.** 1) $19a - 12b - 7a + 24b$; 3) $7,5x - 9,4y - 3,5x + 4,4y$;
2) $3\frac{2}{11}x + 2\frac{3}{7}x - 1\frac{2}{11}x - 1\frac{3}{7}x$; 4) $\frac{6}{7}x - \frac{5}{13}y - \frac{2}{7}x - \frac{1}{13}y$.

- 1024.** Упростите выражение и найдите его значение:

$$5a - 7b + 3a - 2b, \text{ где } a = -1,75; \quad b = 1\frac{1}{9}.$$

Решите уравнение (**1025–1027**):

- 1025.** 1) $3(4 - x) + 1 = 2(3 - x) + 6$; 3) $2x - 19 = 8 - x$;
2) $(5 - 3x) - (7 - 2x) = -3 - 2x$; 4) $11 - 6x = 31 - 10x$.
- 1026.** 1) $x + 2 = -x + 14$; 3) $45 - 2x = 3x + 5$; 5) $4x - 7 = 2x - 3$;
2) $2x - 3 = x + 1$; 4) $9x - 32 = 2 + 5x$; 6) $8x - 3 = x + 11$.
- 1027.** 1) $4x + 3 = x - 9$; 3) $7x + 3 = 3x + 27$; 5) $42 - x = 2x + 9$;
2) $2x - 19 = 8 - x$; 4) $3x - 7 = 2x + 3$; 6) $20 + 3x = 4 - x$.
- 1028.** Которое из чисел -3 ; -2 ; 0 ; 1 ; 2 будет корнем следующих уравнений? Напишите их по отдельности.
1) $6x + 7 = 3x + 10$; 3) $2x + 7 = 6x - 1$; 5) $8x - 5 = 3x - 5$;
2) $5x + 7 = x - 1$; 4) $2x - 7 = 4x + 3$; 6) $5x + 3 = 6x + 1$.
- 1029.** Задумали некоторое целое число. Если к нему прибавить 5 и сумму разделить на 3, то получим 0. Какое число задумали?
- 1030.** Разность двух чисел равна 7. Одно из них в 7 раз больше другого. Найдите эти числа.

Уравнение с одним неизвестным и дробным коэффициентом решается также как с целым коэффициентом.

Многие задачи можно решить с помощью уравнений. Для этого:

- 1) обозначить искомое неизвестное какой-либо буквой;
- 2) составление уравнения, которое отображает содержание задачи по ее условию;
- 3) решение составленного уравнения;
- 4) ответ на поставленный в задаче вопрос;
- 5) проверка соответствия ответа условию задачи.

Следовательно, решение задачи сводится к составлению соответствующего уравнения и его решению. Можно сказать, что „задача записана математическим языком“, построена математическая модель задачи.



Математическая модель задачи переводит в сложных случаях задачу на математический язык, оформляет ее в формулы, уравнения и неравенства.

Задача 1. Периметр прямоугольника 58 см. Длина на 5 см длиннее ширины. Найдите длины его сторон.

Решение. Обозначим ширину прямоугольника за x . Следовательно, его длина будет $x + 5$. Сумма длин его смежных сторон равна $58 : 2 = 29$ (см). Тогда по условию задачи $x + (x + 5) = 29$. Именно это уравнение соответствует содержанию задачи. Оно легко решается.

$$2x + 5 = 29; 2x = 29 - 5; 2x = 24; x = 12 \text{ (см).}$$

В этом случае $x + 5 = 12 + 5 = 17$ (см).

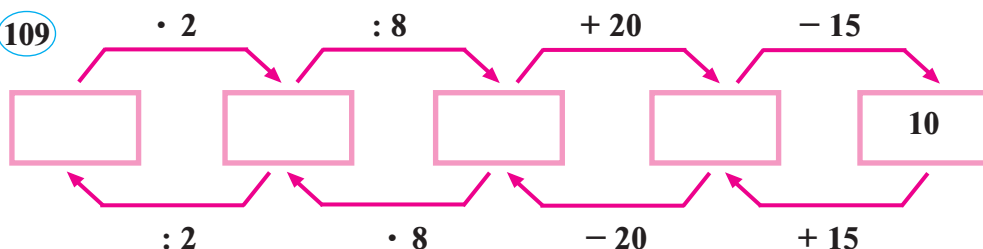
О т в е т: стороны прямоугольника 17 см и 12 см.

Существует еще один метод решения задач, который можно назвать методом «обращения порядка действий и выполнения противоположных действий, данных в задаче».

Задача 2. Я задумал число. Если, умножив его на 2, разделить полученное произведение на 8, прибавить к частному 20, отнять от суммы 15, то получим 10. Какое число я задумал?

Решение. 1 способ. Действия над числами рассмотрим на чертеже. Поменяем действия на противоположные и выполним их в обратном порядке (рис. 109).

109



1) $10 + 15 = 25$; 2) $25 - 20 = 5$; 3) $5 \cdot 8 = 40$; 4) $40 : 2 = 20$.

О т в е т: 20.

2 способ. Запишем условие задачи математическим языком.

На русском языке	На языке математики
Задуманное число	x
Его умножили на 2	$2x$
Произведение разделили на 8	$2x : 8$
К частному прибавили 20	$2x : 8 + 20$
Из полученной суммы вычли 15	$2x : 8 + 20 - 15 = 10$
и разность стала равной 10	

Полученное уравнение решите самостоятельно.

О т в е т: Я задумал число 20.

Задачи 3. Если к трехзначному числу приписать сначала слева, а затем справа цифру 7, то первое четырехзначное число будет на 3 555 больше второго. Найдите это число.

Решение. Пусть трехзначное число равно x . Если к трехзначному числу слева приписать цифру 7, то получим четырехзначное число вида $7\,000 + x$; если справа приписать цифру 7, то снова получим четырехзначное число, но оно имеет вид $10x + 7$. Получим следующее уравнение:

$$7\,000 + x = 10x + 7 + 3\,555.$$

Решив это уравнение находим:

$$7\,000 + x = 10x + 3\,562, \text{ отсюда } 7\,000 - 3\,562 = 10x - x,$$

$$3\,438 = 9x, \quad x = 3\,438 : 9, \quad x = 382.$$

Проверка: Числа 7 382 и 3 827 соответствуют заданному трехзначному числу, к которому приписано слева и справа цифра 7. Они удовлетворяют условию задачи:

$$7\,382 - 3\,827 = 3\,555.$$

О т в е т: заданное трехзначное число равно 382.

Решите уравнение (1031–1033):

- 1031.** 1) $0,25x + 0,4x = 7 - 0,35x$; 3) $0,3x - 0,8x + 5 = x - 4$;
2) $4(2,5 - x) - 4,5 = 12,5$; 4) $2,5x + 9,5 = 3 - x$.
- 1032.** 1) $2,5(4 - 2x) - 5(1 - 3x) = 5$; 3) $-(x - 5) - 1,2(5 - 4x) = 2,8$;
2) $\frac{2}{3}(3x - 1) - \frac{1}{9}\left(9x - 2\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4}$; 4) $-1\frac{1}{3}(x - 3) - \frac{2}{3}(x + 1,5) = 5$.
- 1033.** 1) $0,9 \cdot (-4x) \cdot (-0,5) = -6,3$; 3) $-2,4 : 2,3 = x : 6,9$;
2) $-0,24 \cdot (-0,5y) \cdot (-10) = -1,2$; 4) $y : (-3,5) = 4 : 1,4$.

1034. Решите уравнение:

1) $\frac{5x-7}{x+4} = 3$; 2) $\frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{2}$; 3) $\frac{2x+3}{5-x} = \frac{3}{5}$; 4) $\frac{-3x+4}{4x-1} = \frac{7}{-5}$.

О б р а з е ц: Решите уравнение $\frac{x+7}{4-x} = \frac{2}{9}$.

Решение. Это уравнение можно рассматривать как пропорцию, то есть как равенство двух отношений: $(x + 7) : (4 - x) = 2 : 9$. По основному свойству пропорции: $9(x + 7) = 2(4 - x)$, откуда, раскрыв скобки, приходим к уравнению: $9x + 63 = 8 - 2x$. Решаем его:

$$9x + 2x = 8 - 63; \quad 11x = -55; \quad x = -55 : 11; \quad x = -5.$$

П р о в е р к а: $\frac{-5+7}{4-(-5)} = \frac{2}{4+5} = \frac{2}{9}$ (левая часть уравнения), следовательно, $\frac{2}{9} = \frac{2}{9}$. О т в е т: $x = -5$.

Решите задачи разными способами (разъясняя, составив уравнение, задавая вопросы) (1035–1036):

- 1035.** Муяссар задумала число, умножила его на 5 и разделила на 4. Из результата вычла 10. 30% разности разделила на 3, получилось 8. Найдите это число.
- 1036.** Всего в трех шкафах 328 книг. В первом шкафу на 17 книг меньше, чем во втором, но на 10 больше, чем в третьем. Сколько книг в каждом шкафу?

Решите задачу, составив уравнение, и обратным методом (1037–1039):

- 1037.** Если из произведения неизвестного натурального числа на 3 вычесть 5 и разность разделить на 8, затем к частному прибавить 23 и сумму умножить на 2, то получим 56. Найдите неизвестное число.

- 1038.** Я задумал число. Вычел из него 42, разность умножил на 12 и получил 1 080. Какое число я задумал?
- 1039.** Периметр треугольника 62 см. Одна из его сторон длиннее второй на 5 см и на 4 см короче третьей. Найдите длины сторон этого треугольника.
- 1040.** (Задача аль-Хорезми.) Если вычесть из числа его треть и его четверть, останется 8. Найдите это число.
- 1041.** 1) $2,5x - 8 = 12 - 2,5x$; 3) $3,7x - 1,8 = 5,2 - 3,3x$;
 2) $16,4x - 4,8 = 6,4x + 5,2$; 4) $-8,4 - 7,5x = 12,5x + 11,6$.
- 1042.** Если к частному от деления неизвестного натурального числа на 3 прибавить 5. Затем сумму умножить на 4, из произведения вычесть 29 и разность разделить на 5, то получим 3. Найдите неизвестное число.
- 1043.** Найдите неизвестное число, если разделив его на 8, прибавив к частному 450, получили в сумме 500.
- 1044.** Задумали некоторое натуральное число. Если разделить его на 4 и к частному прибавить 6, то получим 24. Какое число задумали?

Изучаем английский язык!



уравнение — equation

подобные члены — similar terms
equation

корень уравнения — root of equation

линейное уравнение — linear equation

ТЕСТ 9

Проверьте себя!

- Решите уравнение: $3(x + 1) = 5(x + 1) + 4$.
 A) 2; B) -3; C) 1; D) -1.
- Решите уравнение: $-2x + 3 = 3x + 8$.
 A) 1; B) -1; C) 0; D) 2.
- Сумма двух чисел равна 140. Найдите эти числа, если 8% первого числа равны 6% второго.
 A) 60; 80; B) 75; 65; C) 50; 90; D) 70; 70.
- Сумма двух чисел равна 140, их разность равна 60. Найдите эти числа.
 A) 70; 70; B) 110; 30; C) 100; 40; D) 80; 60.
- Сумма трех последовательных целых чисел равна -3. Найдите эти числа.
 A) -3, 0, 3; B) -2, -1, 0; C) -1, 1, 2; D) 10, -1, 2.

Исторические сведения



Уравнение вида $ax + b = 0$ называется **линейным уравнением**. Способы решения линейных уравнений и уравнений, которые называются **квадратными уравнениями** (с ними вы познакомитесь позже), изложил наш соотечественник, великий математик Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми в своем произведении «Китаб аль-джебр валь-мукабала» (Книга о восстановлении и противопоставлении). Книга была переведена на латынь, на европейские языки и выдержала несколько изданий.



**Мухаммад ибн
Муса
аль-Хорезми
(780–850)**

Начиная с XIV века во всем мире стала изучаться наука **алгебра**, основы которой заложил аль-Хорезми. По его книге изучали начала алгебры в средневековых университетах.

Подчеркивая важность решения прикладных задач, аль-Хорезми пишет: «... я посвятил решению простых и сложных задач арифметики написанное мною сочинение **«Краткое изложение исчисления аль-джебр и аль-мукабала»**, так как при разделе наследства, составлении завещания, разделе скота и в юридических вопросах, в торговле, при заключении сделок, а также в землемерии, при прокладке арыков, инженерии и в прочих прикладных задачах возникают важные проблемы, интересные для людей».

Термин «аль-джебр» означает **«восстановление, восполнение»**. Например, при решении уравнения его члены со знаком «минус» могут быть перенесены в другую часть уравнения со знаком «плюс».

«Аль-мукабала» — **«противопоставление»**, с его помощью приводятся подобные члены уравнения, отбрасываются равные члены уравнения, находящиеся в обеих его частях.

Таблица является самой распространенной и удобной формой представления данных. Обычно таблица состоит из строк и столбцов, а ячейки заполняются соответствующими данными.

Например, в следующей таблице приведены сведения о деревьях, посаженных учениками 6 класса весной.

Номер по порядку	Месяц Класс	Март	Апрель	Май	Июнь
1	6 «А»	5	3	—	8
2	6 «Б»	4	4	2	10
Число фруктовых деревьев		9	7	2	18

Другими примерами таблиц могут быть классный журнал, дневник ученика, расписание приема посетителей руководителем школы и таблица умножения.

1045. 1) Что вы знаете о таблицах?



2) Какие таблицы вы видели в учебниках, газетах и журналах?

3) А в компьютере? Какие сведения содержат эти таблицы?

1046. В таблице приведены сведения о времени отправления поездов с Северного вокзала города Ташкента:

Рейс	Пункт назначения	Время отправления из Ташкента	Время прибытия в пункт назначения	Расстояние, км
092F	АНДИЖАН	06.40	12.40	423
760Z	КАРШИ	07.00	10.20	500
760Z	САМАРКАНД	07.00	09.08	343
762F	БУХАРА	08.00	11.47	562

Ответьте на следующие вопросы:

- 1) Для какого из поездов время в пути наибольшее?
Для какого — время наименьшее?
- 2) Сколько времени требуется пассажиру, чтобы попасть в Самарканд?
- 3) Почему номера рейсов поездов, идущих в Самарканд и Карши, одинаковы?

1047. В таблице приведены сведения о количестве работ одаренных учеников района:

№	Вид работы	Сентябрь	Октябрь	Ноябрь	Декабрь	Всего
1.	Стихи	22	30	15	28	95
2.	Рассказы	14	17	20	19	70
3.	Газетная статья	25	32	21	18	96
4.	Научный проект	9	7	12	16	44
5.	Техническая модель	15	11	23	14	63
	Всего	85	97	91	95	368

Ответьте на вопросы:

- 1) Сколько научных проектов представлено в январе?
- 2) Сколько рассказов написано за 4 месяца?
- 3) Сколько всего работ сделано за январь?
- 4) Каких работ больше всего сделано в январе? А за 4 месяца?
- 5) В каком месяце выполнено больше всего работ? А меньше всего?
- 6) Суммой каких чисел является выделенное число?

1048. Начертите таблицу футбольных соревнований между классами.

№	Класс	1	2	3	Группа	Ничья	Поражение	Очко	Мячи	
1.	6 «А»		3 : 3	1 : 2	—	1	1	1	4 : 5	3
2.	6 «Б»	3 : 3		5 : 5	—	2	—	2	8 : 8	2
3.	6 «В»	2 : 1	5 : 5		1	1	—	4	7 : 6	1

Ответьте на вопросы:

- 1) Какая команда имеет наибольшее число побед?
- 2) Какая команда имеет наименьшее число побед?
- 3) Какая команда имеет наибольшее число ничьих?
- 4) Какая команда имеет наименьшее число ничьих?
- 5) Какая команда забила больше всего голов?
- 6) Какая команда забила меньше всего голов?

1049. П р а к т и ч е с к о е з а д а н и е. Используя дневник, вычислите сколько и каких оценок вы получили за последние четыре недели. Результаты запишите в таблицу:

Оценки	1неделя	2неделя	3 неделя	4 неделя	Всего
5					
4					
3					
2					
Всего					

Ответьте на вопросы:

- 1) В какую неделю вы получили больше всего оценок? 2) В какую неделю меньше всего оценок?
- 3) В какую неделю вы получили больше «5»? А меньше? 4) За 4 недели каких оценок у вас было больше? 5) А каких оценок меньше?

1050. П р а к т и ч е с к о е з а д а н и е. Узнайте дни рождения ваших одноклассников. Результаты запишите в таблицу.

1051. Начертите таблицу футбольных соревнований между классами.

№	Класс	1	2	3	4	5	Очки	Мячи	Место
1	6 «А»		2 : 3	1 : 2	0 : 0	2 : 1	4	5 : 6	4
2	6 «Б»	3 : 2		5 : 0	0 : 1	4 : 2	9	12 : 5	1
3	6 «В»	2 : 1	0 : 5		1 : 1	2 : 0	7	5 : 7	2
4	6 «Г»	0 : 0	1 : 0	1 : 1		2 : 2	6	4 : 3	3
5	6 «Д»	1 : 2	2 : 4	0 : 2	2 : 2		1	5 : 10	5

Ответьте на вопросы:

- 1) Какая команда имеет наибольшее число побед?
- 2) Какая команда имеет наименьшее число побед?
- 3) Какая команда имеет наибольшее число ничьих?
- 4) Какая команда забила больше всего мячей?

1052. Узнайте дни рождения членов вашей семьи. Результаты запишите в таблицу.

126–127

Диаграммы

Для ясного представления результатов измерения различных величин в числах, полученных данных, записанных в таблицы, используют **диаграммы**, которые позволяют увидеть все данные наглядно и сделать выводы.

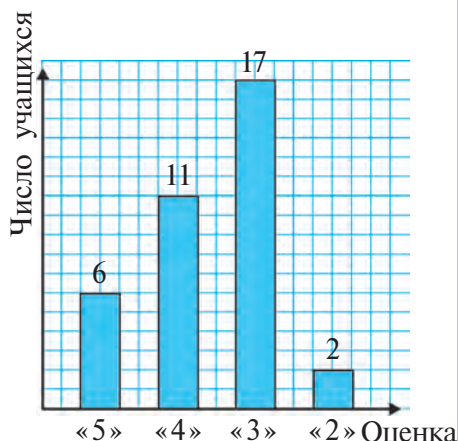
Диаграммы могут быть трех видов: **круговые, линейные и столбчатые**. С круговыми диаграммами вы познакомились в 5 классе.

Задача. Результаты контрольной работы по математике, проведенной в 6 классе, представлены в таблице:

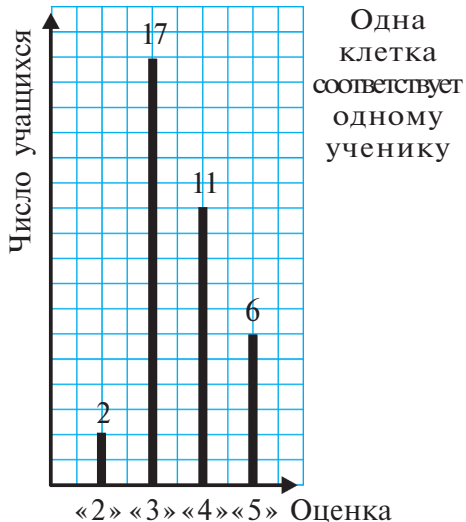
Оценки	«5»	«4»	«3»	«2»
Число учащихся	6	11	17	2

Оформите полученные данные в виде столбчатой диаграммы.

110



111



Решение. Начертим прямоугольники с равными основаниями и высотами соответствующим числам 6; 11; 17; 2 (рис. 110). Мы получили столбчатую диаграмму.

Кроме столбчатых диаграмм бывают также линейные диаграммы. Построим теперь для данной задачи *линейную диаграмму*.

Число оценок, получивших «5», «4», «3», «2», представим в виде отрезков, длины которых соответственно равны числам 6; 11; 17; 2 (рис. 111). Мы получили линейную диаграмму.

1053. 1) Какие диаграммы вы знаете? 2) Что такое столбчатая диаграмма? Приведите примеры. 3) Что такое линейная диаграмма? Приведите примеры.

Постройте столбчатые и линейные диаграммы к задачам **(1054–1058)**:

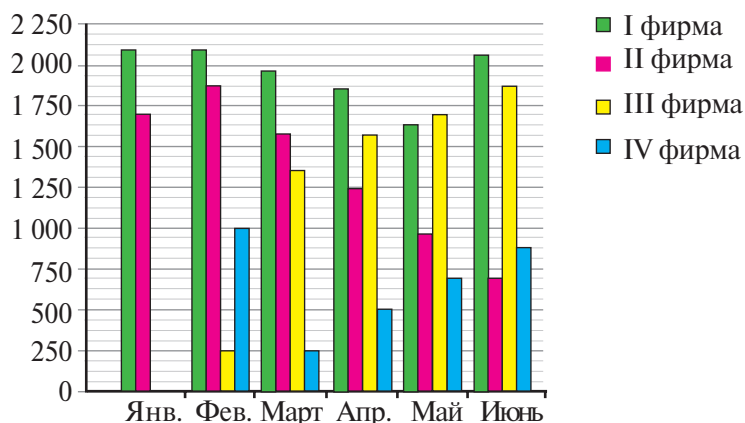
1054. Содержание азота в атмосфере Земли составляет 78 %, кислорода 21 %, аргона и других газов 1 %.

1055. Дюралюминий, используемый в авиационной промышленности, состоит на 95 % из алюминия, 4 % меди, 0,5 % марганца и 0,5 % магния.

1056. Металл, необходимый для протезирования зубов состоит из 58 % золота, 14 % серебра и 28 % меди.

1057. На рисунке 112 представлены сведения четырех фирм за период январь — июнь о числе проданных ими изделий. Из диаграммы следует, что в январе были проданы изделия только первой и второй фирмы. Остальные фирмы начали продажу изделий с февраля.

112



Пользуясь диаграммой, ответьте на вопросы

- 1) В каком объеме были проданы изделия IV фирмой в феврале?
- 2) В каком месяце объем продаж в III фирме превысил объем продаж во II фирме?
- 3) Оцените объем продаж в I фирме в июле.
- 4) Какая фирма к концу шестого месяца обогнала остальные?

1058. Спортивный кружок посещали 72 учащихся. 15 посещали шахматный кружок, 20 ходили на кураш, 10 на бокс, 8 на настольный теннис, а остальные на футбол. Постройте столбчатую диаграмму о числе учащихся, посещавших разные кружки.

Постройте столбчатые и линейные диаграммы к задачам (1059–1062).

1059. В таблице приведены результаты теста по математике для 6 класса математической школы:

Баллы	71–80	81–90	91–100
Число учащихся	4	16	10

1060. В этой таблице приведен распорядок дня ученика.

Вид деятельн.	Школа	Отдых	Выполнение уроков	Время на еду	Другая деятельн.	Сон
Выделенное время (в часах)	7	1	3	1	4	8

1061. В этой таблице даны площади поверхностей океанов.

Океаны	Тихий	Атлантический	Индийский	Сев. Ледовитый
Площадь (млн кв. км)	179,7	93,4	74,9	13,1

Можно взять масштаб: «10 млн. кв. км — 1 см».

1062. Число ошибок учеников 6 класса в диктанте по родному языку дано в таблице. Отрадите эти данные в столбчатой диаграмме.

Число ошибок	0	1	2–4	5–6	больше 6
Число учеников	3	5	15	6	1

Многие величины в повседневной жизни задаются числовыми рядами, например, урожайность зерновых культур, производительность труда, используемые средства и другие величины. Их обработка основывается на понятиях **статистические величины** или **статистические характеристики**.

Простейшие виды статистических характеристик: **среднее арифметическое, размах, мода и медиана**.

Пример 1. В шахматном турнире среди шестиклассников 8 участников заработали соответственно: 13; 13; 12; 13; 10; 13; 12; 10 очков. Найдем их среднее арифметическое:

$$\frac{13+13+12+13+10+13+12+10}{8} = 12.$$

Следовательно, среднее арифметическое очков, набранных в шахматном турнире шестиклассниками, равно 12.

Теперь, используя таблицу **абсолютных частот**, найдем среднее арифметическое.

Число, показывающее сколько раз повторялось некоторое число в числовом ряду, называют **абсолютной частотой**.

Например, запишем в таблицу абсолютные частоты заданных выше чисел.

Число очков	Абсолютная частота очков
13	4
12	2
10	2

Из таблицы следует, что $\frac{13 \cdot 4 + 12 \cdot 2 + 10 \cdot 2}{4 + 2 + 2} = 12$, следовательно, среднее арифметическое есть 12 очков.

Из таблицы видно, что наибольшее числовое значение очков равно 13, а наименьшее – 10. Говоря иначе, **размах** числового значения очков равен: $13 - 10 = 3$.

Размахом называют разность между самым большим числом в числовом ряду и самым меньшим.

Необходимо знать размах величин, используемых в технике и быту.

Пример 2. Температура, обращенной к Луне стороны, равна 130°C , а на противоположной стороне — 170°C . Найдите размах температур (рис. 113).



Найдем размах температур. Разность температур равна $130^{\circ}\text{C} - (-170^{\circ}\text{C}) = 300^{\circ}\text{C}$, поэтому размах равен 300°C .

Для изучения Луны отправляют искусственные спутники, цель которых вместе с изучением размаха, узнать наибольшее и наименьшее числовые значения температуры. Наиболее используемой статистической характеристикой является **мода**.

Число с наибольшей абсолютной частотой в заданном ряду чисел называется **модой** числового ряда.

Пример 3. 5, 5, 5, 4, 3, 4, 5, 4, 5, 5 — оценки, полученные учеником по математике. Составим следующую таблицу абсолютных частот оценок, полученных учеником по математике.

Оценка	Абсолютная частота
«5»	6
«4»	3
«3»	1

Итак, мода оценок ученика по математике в течении всей четверти: 5.

Еще один вид статистической характеристики — **медиана**.

Если число членов упорядоченного ряда чисел нечетно, то **медианой** называется число, стоящее посередине ряда.

Если число членов ряда чисел четно, то **медианой** называется среднее арифметическое двух средних чисел ряда, числа в котором записаны в порядке возрастания.

Пример 4. Среднесуточная температура первой недели марта, записанная соответственно дням недели: 3°C ; 4°C ; 5°C ; 8°C ; 6°C ; 4°C ; 7°C .

Чтобы найти медиану недельной температуры, запишем числа в порядке возрастания: 3; 4; 4; 5; 6; 7; 8.

Число членов этого ряда 7 — нечетно, поэтому посередине стоит только одно число. Это число 5 — медиана данного ряда чисел. Первые три числа (3, 4, 4) меньше значения медианы, следующие три числа (6, 7, 8) — больше.



Мода (по-латыни *modus*) — мера, способ, правило. Мода служит характеристикой, определяющей среднее данных, не имеющих числовую природу.

- 1063.** 1) Какие статистические характеристики вы знаете?
2) Что такое размах данных чисел? А мода?
3) Как находят медиану данных чисел?

1064. Найдите среднее арифметическое и медиану данных чисел, пользуясь абсолютными частотами в таблице.

Числа	Абсолютные частоты
14,35	4
11,9	3
7,9	2

1065. Найдите среднее арифметическое и размах ряда чисел: 5,9; 6,1; 4,85; 5,3; 4,9; 5,35.

1066. Найдите моду числового ряда:

3,5; 2,6; 3,5; 1,3; 2,6; 3,5; 1,2.

1067. Вычислите размах числового ряда и найдите моду:

32,3; 27,1; 45; 27,1; 43,6; 32,3.

1068. Температура в январе за сутки была следующей: утром 2°C , в полдень 6°C , после обеда 4°C , вечером 3°C , ночью 0°C .

1) Сколько градусов составила средняя температура за сутки?

2) Каков размах температур в течении суток?

3) Есть ли мода температуры за эти сутки?

1069. В 1 игре было — 18 000 болельщиков футбольной команды, во 2 игре — 15 200 болельщиков, в 3 игре — 16 900 болельщиков и в 4 игре — 17 500 болельщиков. Найдите размах числа болельщиков футбольной команды.

1070. Выпишите свои оценки по математике за четверть и найдите их среднее арифметическое, размах и медиану.

Комбинаторика — широко применяемый в математике раздел. В задачах, возникающих в жизни, технике и на производстве встречаются задачи, которые могут иметь много решений. Сколько таких вариантов? Как их вычислить? Комбинаторика дает ответы на эти вопросы.

Задача. В 1 корзине 20, во 2 корзине 30 яблок. Сколько существует вариантов (способов) выбора 1 яблока из 1 корзины? Ясно, что таких способов 20. Аналогично, существует 30 способов выбора 1 яблока из 2 корзины. Тогда число способов выбора 1 яблока из двух корзин равно $20 + 30 = 50$.

Эта задача привела к *правилу сложения* комбинаторики.

1071. 1) На какие вопросы отвечает комбинаторика?



2) Объясните на одном из примеров правило сложения комбинаторики.

1072. Сколько всего: 1) двузначных; 2) трехзначных чисел можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5? Рассмотрите случаи неповторяющихся и повторяющихся цифр.

1073. В первой строке стихотворения ученика сказано: «Хорошо учиться отлично!» Ученик хочет получить другие строки стихотворения, меняя местами слова в первой строке. Сколько строк может быть в этом «стихотворении»? Попробуйте его написать!

1074. К лесному озеру ведут 4 дороги. Сколькими способами можно добраться до озера и вернуться назад? А если вернуться назад по другой дороге?

1075. Нодира, Мубинабону, Азамхон и Отабек должны поменяться друг с другом своими шарами зеленого, голубого, красного и желтого цветов. Сколькими способами можно это сделать?

1076. Какое наибольшее число точек пересечения могут иметь 1) 2; 2) 3; 3) 4; 4) 5; 5) 6 прямых? Начертите.

1077. На сколько частей делят плоскость: 1) 3; 2) 4 прямые, никакие 3 из которых не имеют общую точку и взаимно не пересекаются?

1078. Какое наибольшее число точек пересечения могут иметь 1) 2; 2) 3 окружности?

- 1079.** На столе лежат яблоко, груша, персик и виноград. Сколькими способами можно выбрать два различных фрукта?
- 1080.** Каждая из 1) 2; 2) 3 окружностей пересекается с остальными. На сколько частей разделится плоскость?
- 1081.** Двух из 4 учащихся нужно выбрать для игры «Знатоки». Сколькими способами это можно сделать?
- 1082.** Прямые a и b пересекаются. На прямой a выбраны 2 точки, а на прямой b 3 точки. Выбранные точки соединены между собой. Сколько треугольников образуется при этом?
- 1083.** На прямой отмечены: 1) 2; 2) 3; 3) 5; 4) 10 точек. Сколько отрезков образуется в каждом случае?
- 1084.** На произвольной окружности произвольного радиуса отмечены: 1) 3; 2) 4; 3) 6 точек. Выбранные точки соединены между собой. Сколько отрезков образуется в каждом случае?
- 1085.** 1) Сколько двузначных чисел делится на 5?
2) Сколько трехзначных чисел делится на 5?

132–133

Решение задач при помощи правила умножения

Задача. От центра Булунгурского района до Самарканда можно доехать двумя способами — на автобусе и легковой машине. А из Самарканда до Ташкента четырьмя способами — на самолете, поезде, автобусе и легковой машине. Сколькими различными способами можно доехать из Булунгура до Ташкента через Самарканд?

Решение. Сначала выберем способ проезда от Булунгура до Самарканда. Здесь имеются 2 возможности. Приехав в Самарканд мы также можем выбрать один путь до Ташкента. Таких возможностей 4. Следовательно, из Булунгура до Ташкента через Самарканд можно доехать $2 \cdot 4 = 8$ способами.

Эта задача привела к *правилу умножения* комбинаторики.

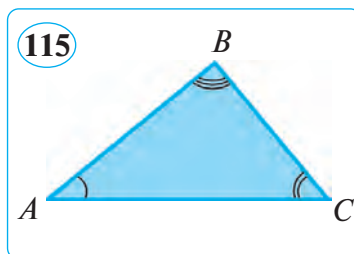
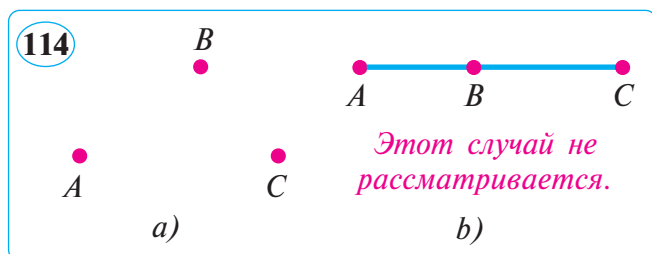
- 1086.** 1) Объясните на одном из примеров закон умножения комбинаторики.
2) Как вы думаете, на какие вопросы отвечает правило умножения?



- 1087.** Самандар от дома до школы может доехать на автобусе, метро или легковой машине. Он хочет после школы заехать к бабушке. От школы до его бабушки можно доехать на автобусе или легковой машине. Сколькими различными путями Самандар может приехать в школу, а затем поехать к бабушке?
- 1088.** Составьте из цифр 3, 6, 7, 9, не повторяя их, всевозможные четырехзначные числа. Сколько среди этих чисел: 1) делятся на 4; 2) начинаются цифрой 6; 3) оканчиваются цифрой 7?
- 1089.** У Назимы было 5 книг с произведениями Алишера Навои. Назима хочет расставить их на полку. Сколькими способами она это может сделать?
- 1090.** На плоскости отмечены: 1) 3; 2) 4; 3) 5 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Сколько прямых соединяют каждую из этих точек? Начертите соответствующие чертежи.
- 1091.** Номера абонентов телефонной станции состоят из 7 цифр и начинаются с числа 224. Сколько абонентов обслуживает эта станция?
- 1092.** На прямой отмечены: 1) 4; 2) 5; 3) 6 точек. Сколько отрезков можно получить с помощью этих точек?
- 1093.** Подъезд дома, в котором живет Диера, открывается с помощью кода. Код, имеющий 3 цифры, состоит из разных цифр. Диера забыла код, но помнила, что число делится на 9 и его средняя цифра 6. Каково наибольшее число попыток открыть дверь? Сколько времени она потратит, если на каждую попытку уходит 30 секунд?
- 1094.** Имеется 2 свободных места. Сколько существует способов выбрать 2 человек из 3, чтобы посадить их на эти стулья?
- 1095.** В кабинете математики 15 чертежей треугольников и четырехугольников. Число всех сторон этих многоугольников равно 53. Сколько треугольников и сколько четырехугольников на чертежах?
- 1096.** Дома на улице пронумерованы от 1 до 50. Сколько раз встречается цифра 4 в нумерации этих домов?
- 1097.** Сколькими способами можно разложить 3 письма в 3 конверта?

136–138 Треугольник, его периметр, виды треугольников

1.Треугольник. С понятием треугольника и его периметра вы познакомились в младших классах. Отметим на плоскости точки A, B, C (рис. 114 а). Соединим точки A, B, C отрезками AB, AC, BC . Мы не рассматриваем случай, когда точки A, B, C лежат на одной прямой (рис. 114 б).



Часть плоскости, ограниченная отрезками AB, BC, AC , называется *треугольником ABC* и обозначается так: $\triangle ABC$.

Точки A, B и C называются вершинами треугольника; отрезки AB, BC, AC называются его *сторонами* (рис. 115).

Длина любой из сторон треугольника меньше суммы длин оставшихся сторон.



$$AB < AC + BC$$

$$AC < AB + BC$$

$$BC < AB + AC$$

2. Виды треугольников. У треугольника имеются три угла. Сумма их градусных мер равна 180° (рис. 115):

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ.$$

В зависимости от углов треугольники могут быть: **остроугольными, прямоугольными** (стороны, составляющие прямой угол называют катетами, а сторону, лежащую напротив, гипотенузой), **тупоугольными** (см. таблицу 1).

В зависимости от сторон треугольники могут быть: **равносторонними (правильными), равнобедренными, разносторонними** (см. таблицу 2).

Если треугольник ABC равнобедренный, т. е. $AB = BC$, то сторону AC называют **основанием** треугольника.

3. Периметр треугольника. Напомним, что сумма длин всех сторон треугольника называется его *периметром*. На рисунке 115 сумма $P = AB + BC + AC$ — периметр $\triangle ABC$.

Таблица 1

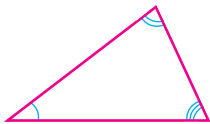
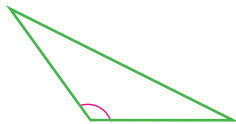
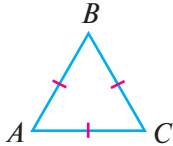
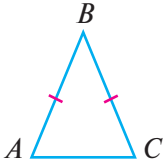
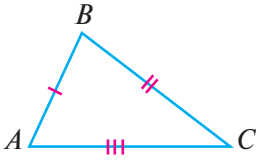
Углы треугольника	Название треугольника	Изображение (чертеж)
Все углы острые	Остроугольный треугольник	
Один из углов прямой	Прямоугольный треугольник	
Один из углов тупой	Тупоугольный треугольник	

Таблица 2

Стороны треугольника	Название треугольника	Изображение (чертеж)
Все стороны равны между собой $AB = BC = AC$	Равносторонний (правильный) треугольник	
Две стороны равны между собой $AB = BC$	Равнобедренный треугольник	
Длины всех сторон различны: $AB \neq BC; AB \neq AC;$ $BC \neq AC.$	Разносторонний треугольник	

- 1098.** 1) Что называют треугольником? Объясните на чертежах. 2) Что называют периметром треугольника? 3) Какие соотношения имеются между сторонами треугольника? 4) На какие виды делятся треугольники: а) по углам; б) по сторонам? Начертите соответствующие треугольники.
- 5) Существуют ли треугольники с двумя: а) тупыми; б) прямыми углами? Почему? Обоснуйте ответ.

1099. Найдите градусные меры углов треугольника, если:

- 1) все углы треугольника равны между собой;
- 2) один угол 120° , оставшиеся равны между собой.

Определите вид соответствующего треугольника.

1100. Можно ли построить треугольник с данными ниже длинами сторон? Объясните почему.

- 1) 1,3 дм; 2,7 дм; 45 дм; 3) 20 см; 2 дм; 200 мм;
- 2) 0,8 дм; 10 см; 0,2 дм; 4) 4 см; 0,5 дм; 0,6 дм.

1101. Один из углов треугольника равен 40° . Второй угол больше его в 2,5 раза. Найдите третий угол этого треугольника. Каким будет этот треугольник?

1102. Заполните таблицу и определите вид треугольника (a , b , c — длины сторон треугольника):

a	b	c	Периметр треугольника	Вид треугольника
6,5 см	7,2 см	8,7 см		
	1,4 дм	1,6 дм	5,2 дм	
25 см		2,5 дм	75 дм	
1,7 дм	17 см		5,8 дм	

1103. 1) Одна из сторон треугольника 6,5 см, вторая сторона a см, третья сторона b см. Найдите выражение для нахождения периметра этого треугольника.

2) Найдите значение найденного выражения, если:

- а) $a = 5,8$ см; $b = 4,6$ см; б) $a = 7,3$ см; $b = 8,2$ см.

1104. Существуют ли треугольники, один из углов которых равен сумме двух других? Каким будет этот треугольник?

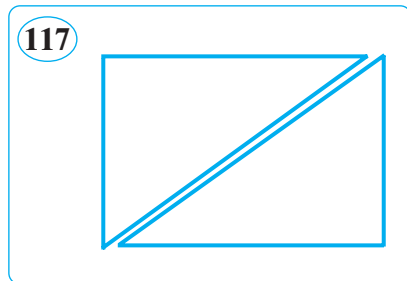
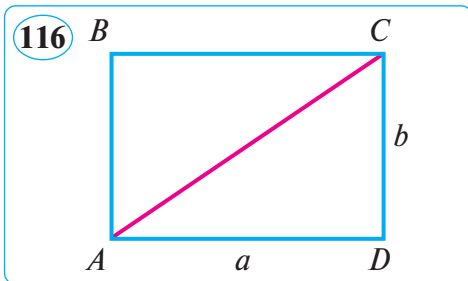
- 1105.** Длина стороны правильного треугольника равна 5,8 см. Найдите его периметр.
- 1106.** Длина одной из сторон треугольника 8,9 см. Вторая сторона на 1,8 см меньше, третья — на 3,6 см больше ее. Найдите периметр этого треугольника.
- 1107.** Хамидулла хочет построить треугольник со сторонами 3,4 см, 0,9 см и 4,5 см. Сможет ли он построить такой треугольник? Почему?
- 1108.** Основание равнобедренного треугольника равно 21,3 см, а боковые стороны 26,2 см. Найдите его периметр.
- 1109.** Один из углов треугольника равен 72° . Другой угол меньше его в 2 раза. Найдите углы этого треугольника. Каким будет этот треугольник?
- 1110.** Угол при вершине равнобедренного треугольника равен 52° . Найдите углы при основании.
- 1111.** Заполните таблицу и определите вид треугольника (a , b , c — длины сторон треугольника):

a	b	c	Периметр треугольника	Виды треугольника
1,8 дм	16 см	20 см		
			28,8 дм	равносторонний
36 см		3,6 дм	1,08 м	
4,5 дм	0,45 м		17,3 дм	

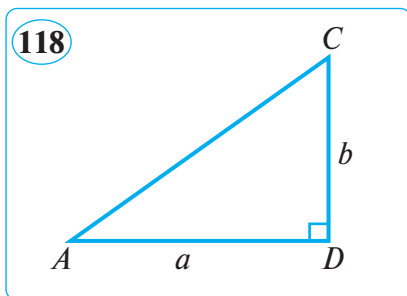
- 1112.** 1) Периметр правильного треугольника равен 75,9 см. Найдите длины его сторон.
2) Длина стороны правильного треугольника 23,8 см. Найдите его периметр.
- 1113.** Длина основания равнобедренного треугольника 74,7 см. Боковая сторона короче основания в $1\frac{2}{7}$ раза. Найдите периметр этого треугольника.
- 1114.** Один из углов треугольника на 10° меньше второго, а второй угол на 10° больше третьего. Найдите углы этого треугольника. Какой это будет треугольник?

В 5 классе вы познакомились с формулой вычисления площади прямоугольника и вычисляли их.

Теперь научимся вычислять площадь треугольника. Проведем в прямоугольнике $ABCD$ (рис. 116) диагональ AC . Тогда прямоугольник разделится на два равных между собой прямоугольных треугольника ABC и ACD . Проверим это, разрезав прямоугольник по диагонали и наложив получившиеся треугольники друг на друга (рис. 117).



Мы знаем, что площадь прямоугольника вычисляется по формуле $S = ab$, где a — его длина (основание) и b ширина (высота). Так как прямоугольник делится на два равных прямоугольных треугольника, то площадь одного прямоугольного треугольника в два раза меньше площади прямоугольника, следовательно, она равна $S = \frac{1}{2}ab$ (рис. 118).

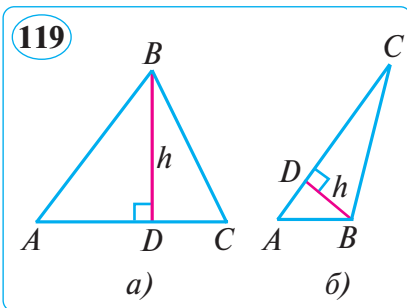


Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения длин его катетов.

Любой прямоугольник можно разбить на два равных прямоугольных треугольника (рис. 119).

Тогда площадь заданного треугольника вычисляется по следующей формуле:

$$S = \frac{1}{2} AC \cdot BD.$$



Проверьте верность этой формулы самостоятельно.

Обычно, за *высоту* (h) принимают BD и сторону AC , к которой проведена высота, за *основание* (a) треугольника.

Площадь произвольного треугольника равна половине произведения основания на высоту: $S = \frac{1}{2}ah$.

1115. 1) Что такое катет? Что такое гипотенуза?

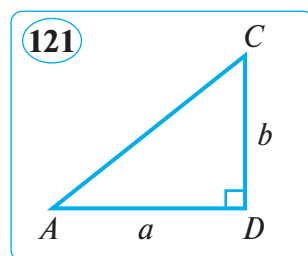
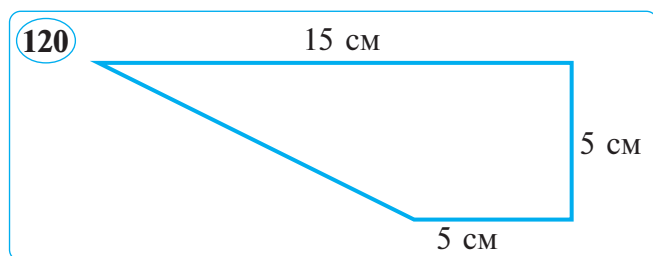


2) Как вычисляют площадь прямоугольного треугольника?

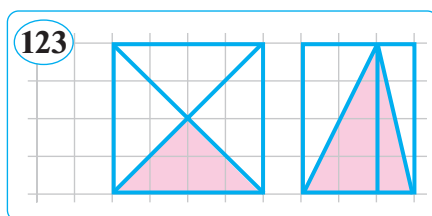
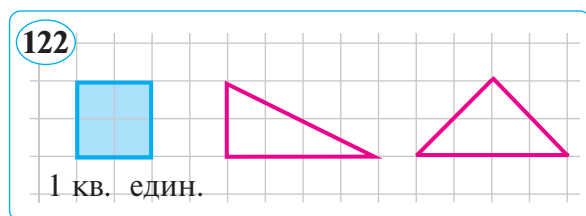
3) Как вычисляют площадь произвольного треугольника?

1116. 1) Вычислите площадь четырехугольника по заданным на рисунке 120 измерениям.

2) Измерьте катеты прямоугольного треугольника на рисунке 121 и вычислите его площадь.



1117. Обоснуйте, что площадь каждой фигуры на рисунке 122, равна 1 квадратной единице.



1118. Найдите площадь закрашенного треугольника (рис. 123).

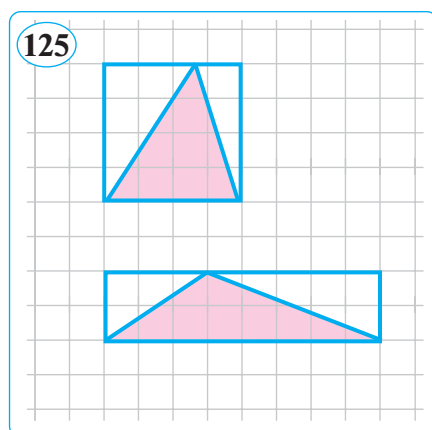
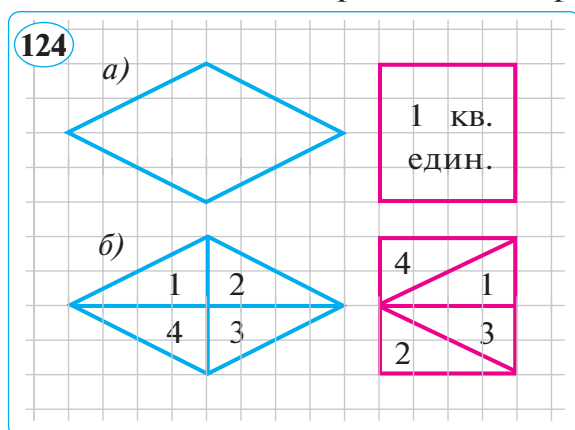
1119. Периметр треугольника равен 41,5 см. Одна его сторона длиннее другой на 3,8 см и короче третьей на 2,4 см. Найдите стороны этого треугольника.

1120. Начертите треугольник с основанием 5,2 см, высотой 4,5 см и вычислите его площадь. Теперь увеличьте заданные величины вдвое и вычислите площадь треугольника с основанием 10,4 см и высотой 9 см.

Найдите отношение площадей. Сравните с отношениями их оснований и высот. Сделайте вывод.

1121. Площади фигур на рисунке 124 а равна 1 кв. единице. Объясните почему это так? Вам поможет рисунок 124 б.

1122. Площади прямоугольников на рисунке 125 равновелики (их площади равны). Будут ли равны площади закрашенных треугольников?

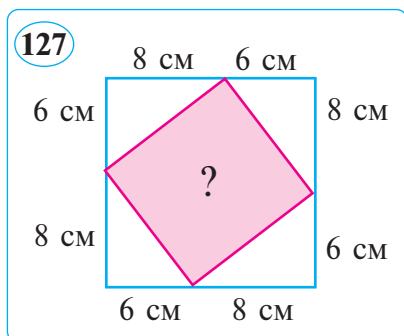
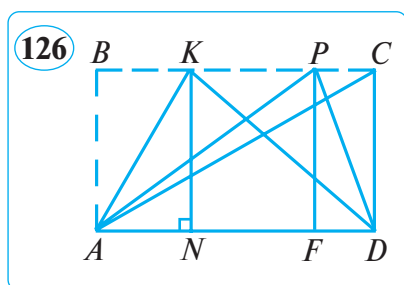


1123. Объясните почему площади треугольников AKD , APD и ACD на рисунке 126 равны. Сделайте вывод.

1124. Градусная мера одного угла треугольника в 2 раза больше градусной меры второго угла, а градусная мера третьего угла в 1,5 раза больше градусной меры первого. Найдите углы этого треугольника.

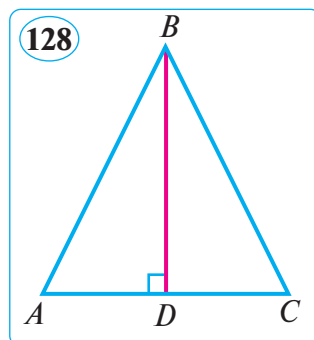
1125. От квадрата отрезали четыре равных прямоугольных треугольника. Найдите площадь оставшейся части квадрата. Какой фигурой будет эта часть (рис. 127)?

1126. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 1) 14 см и 6 см; 2) 11,8 см и 10 см; 3) 1,5 дм и 12 см; 4) 3,6 см и 5 см.



1127. Начертите треугольник с основанием 5,2 см, высотой 4,5 см и вычислите его площадь. Теперь увеличьте заданные величины вдвое и вычислите площадь треугольника с основанием 10,4 см и высотой 9 см. Найдите отношение площадей. Сравните с отношениями их оснований и высот. Сделайте вывод.

1128. Вычислите площадь равнобедренного треугольника на рисунке 128 и покажите как построить прямоугольник с такой же площадью. Здесь $AC = 6$ см, $BD = 8$ см.



1129. Стороны треугольника пропорциональны числам 3, 4, 5, а периметр равен 96 см. Найдите длины сторон треугольника.

1130. Основание равнобедренного треугольника равна 2,4 дм. Его боковая сторона составляет $\frac{2}{3}$ части основания. Найдите периметр этого треугольника.

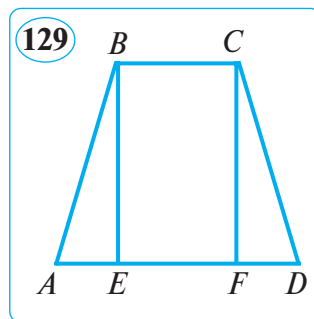
1131. Решение уравнение:

1) $2x + 5,3 = 4x - 5,5$;

2) $4,7x - 1,8 = 3,2 + 2,2x$.

1132. Найдите площадь прямоугольного треугольника, если его катеты равны: 1) 14 см и 6 см; 2) 11,8 см и 10 см; 3) 1,5 дм и 12 см.

1133. Найдите площадь четырехугольника на рисунке 129, измерив длины нужных сторон.



1134. Найдите площадь треугольника, основание которого 24 см, а высота меньше основания в 1,2 раза.

1135. Найдите площадь треугольника, высота которого 18 см, а основание больше высоты в 1,6 раза больше.

1136. Решение уравнение:

1) $4x - 1,6 = 6x - 7,6$;

2) $4,7x - 1,8 = 3,2 + 2,2x$.

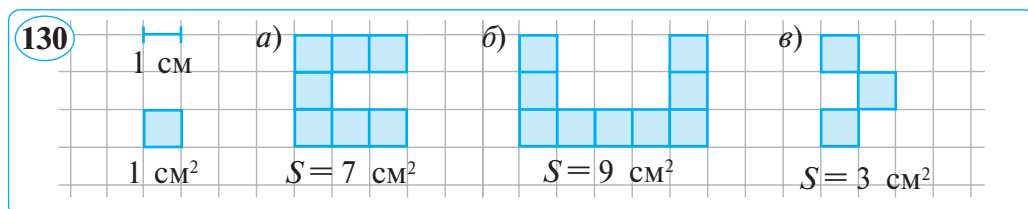
1137. Один из углов треугольника на 15° больше второго и на 9° меньше третьего. Найдите углы этого треугольника.

Вы, познакомившись в 5 классе с понятием площади, вычисляли площади различных прямоугольников.

В простейших случаях площади фигур находят по следующему правилу.

Измерить площадь фигуры — означает найти сколько квадратных единиц составляют фигуру.

Например, разделим на квадратные единицы фигуры на рисунке 130 и вычислим число таких единиц.



Приведем «**Формулу Пика**» — формулу вычисления площади многоугольника, начерченного на клетчатой бумаге. Сторона каждой клеточки равна 1 см. Назовем точки пересечения прямых на клетчатой бумаге **узловыми точками**. Тогда площадь многоугольника вычисляется по следующей формуле:

$$S = \frac{M}{2} + N - 1.$$

В этой формуле M — число узловых точек, лежащих вдоль границы многоугольника, N — число узловых точек внутри многоугольника.

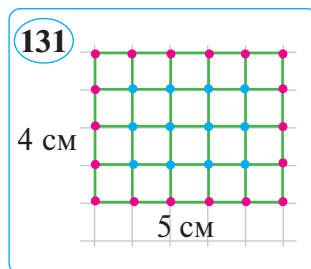
Задача 1. Основание прямоугольника равно 5 см, высота — 4 см. Найдите площадь этого прямоугольника.

Решение. 1 способ. По формуле вычисления площади прямоугольника $S = a \cdot b$:

$$S = 5 \cdot 4 = 20 \text{ (см}^2\text{)}.$$

2 способ. Получим этот же результат по формуле Пика. Отметим узловые точки (рис. 131).

1) Подсчитаем число узловых точек внутри прямоугольника (отмечены синим цветом): $4 \cdot 3 = 12$, то есть $N = 12$.



2) Подсчитаем число узловых точек вдоль сторон прямоугольника (отмечены красным цветом): их $2 \cdot (3+6) = 18$, то есть $M = 18$.

$$S = \frac{18}{2} + 12 - 1 = 9 + 11 = 20 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Это значение равно полученному выше.

Этот способ вычисления интересный и легкий. Самое важное, что он упрощает вычисление площади многоугольника, начерченного на клетчатой бумаге.

Задача 2. Катеты прямоугольного треугольника 6 см и 8 см. Найдите его площадь. Начертите чертеж.

Решение. 1 способ. По формуле $S = \frac{1}{2}ah$, получим

$$S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

2 способ. Вычислим число точек внутри треугольника: $N = 17$. Число точек, расположенных по периметру треугольника: $M = 16$. Подставим к формуле Пика:

$$S = \frac{16}{2} + 17 - 1 = 8 + 16 = 24 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Таким образом, в обоих случаях получили одинаковый ответ. О т в е т: $S = 24 \text{ см}^2$.

Задача 3. Вычислите площадь треугольника на рис. 132.

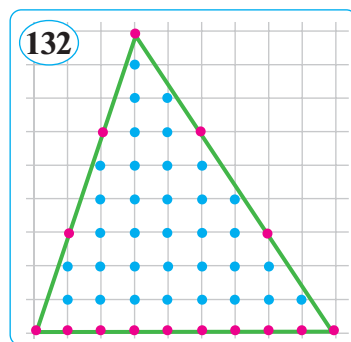
Решение. Подсчитываем число узловых точек: $M = 15$, $N = 34$. Используем формулу Пика:

$$S = \frac{15}{2} + 34 - 1 = 7,5 + 33 = 40,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

По формуле вычисления площади треугольника $S = \frac{1}{2}ab$ также получаем

$$S = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 9 = 40,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

Следовательно, формула Пика дает верный результат.



1138.1) Какие вы знаете способы вычисления площади прямоугольника и треугольника?

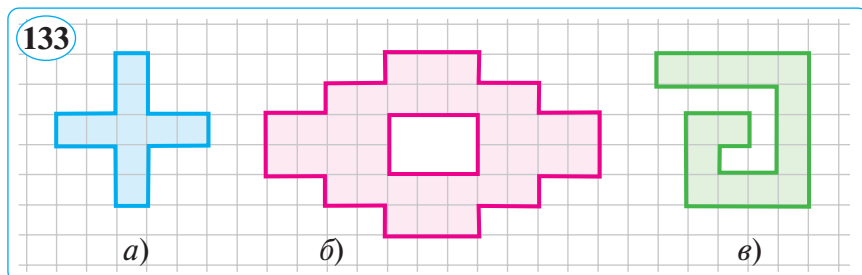


2) Что вы понимаете под формулой Пика?

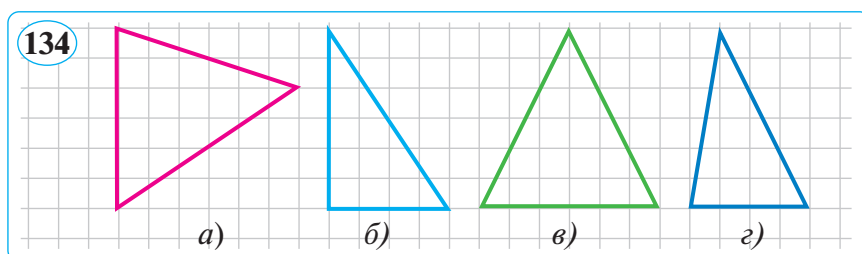
3) Начертите произвольный треугольник и вычислите его площадь по формуле Пика.

1139. В треугольнике AOB угол O прямой. Найдите площадь треугольника, если $AO = 2,4$ см и $BO = 10$ см.

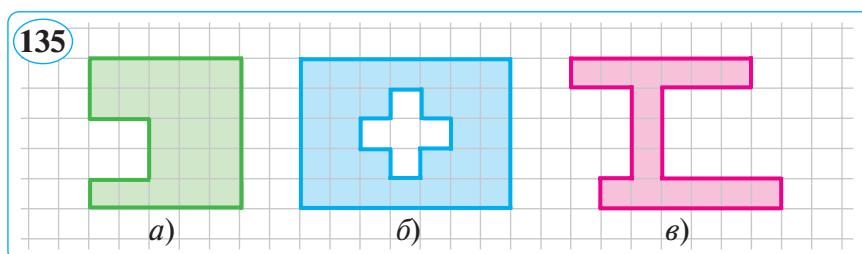
1140. Найдите площади фигур на рис.133 (1 клетка – 1 см²).



1141. Отметьте узловые точки и вычислите площади треугольников по формуле Пика (рис. 134).

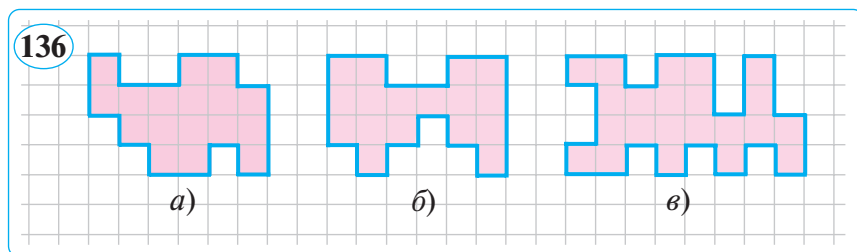


1142. Найдите площади закрашенных фигур (рис.135).



1143. Один из углов треугольника равен 60° . Второй угол в 1,5 раза больше его. Найдите третий угол треугольника и по углам определите его вид.

1144. Найдите площади фигур на рисунке 136.

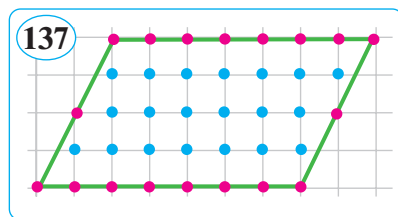


Продолжим решение задач на вычисление площадей многоугольников на клетчатой бумаге.

Задача 1. Фигура на рисунке 137 называется *параллелограммом*. Найдём его площадь.

Решение. Подсчитаем число узловых точек. На рисунке $M=18$ (отмечены красным цветом), $N=20$ (отмечены синим цветом). По формуле Пика:

$$S = \frac{18}{2} + 20 - 1 = 9 + 19 = 28 \text{ (см}^2\text{)}.$$



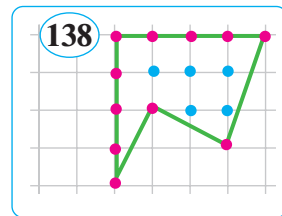
Площадь параллелограмма вычисляется по формуле $S=ah$. По этой формуле $S=7 \cdot 4=28$ (см²). И в этом случае формула Пика дала верный результат.

Задача 2. Вычислите площадь фигуры на рисунке 138.

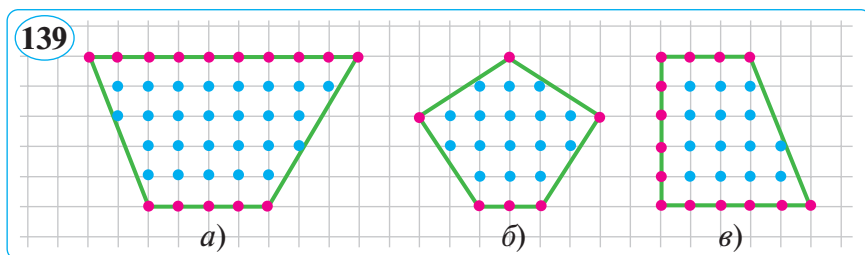
Решение. Подсчитаем число узловых точек. На рисунке $M=11$ (отмечены красным цветом), $N=5$ (отмечены синим цветом). По формуле Пика:

$$S = \frac{11}{2} + 5 - 1 = 5,5 + 4 = 9,5 \text{ (см}^2\text{)}.$$

О т в е т: $S=9,5$ см².

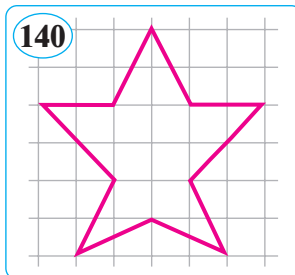


1145. Вычислите по формуле Пика площади фигур с отмеченными узловыми точками (рис. 139).

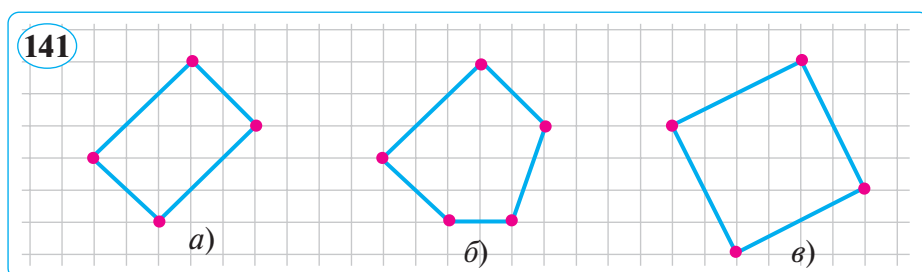


1146. Периметр прямоугольника равен 26 см, а одна из сторон 9 см. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади этого прямоугольника.

- 1147.** Ясно, что площадь центрального квадрата равна 4 клеткам, площадь верхней части 2 клеткам, а площади остальных частей по 1 клетке. Отметьте узловые точки и вычислите площадь фигуры по формуле Пика (рис. 140).

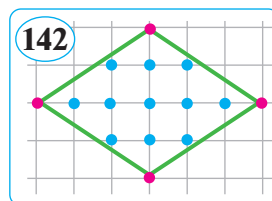


- 1148.** Отметив узловые точки, вычислите площадь фигуры по формуле Пика (рис. 141).



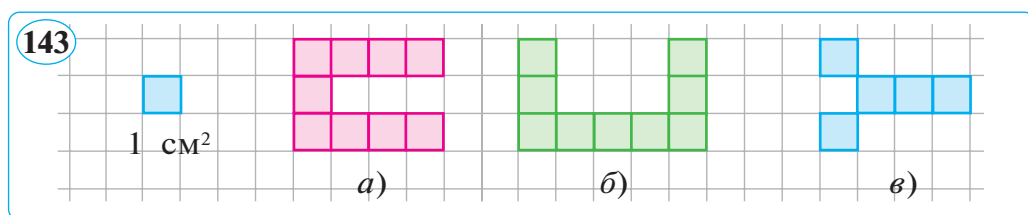
- 1149.** Одна из сторон прямоугольника равна 25 см, а вторая 16 см. Найдите сторону квадрата, площадь которого равна площади этого прямоугольника.
- 1150.** Площадь прямоугольника равна 40 см^2 , а отношение сторон равно $2:5$. Найдите периметр этого прямоугольника.
- 1151.** Основание треугольника равно 4,8 дм, высота 2,7 дм. Найдите площадь этого треугольника.

- 1152.** Найдите по формуле Пика площадь фигуры с отмеченными узловыми точками (рис. 142).



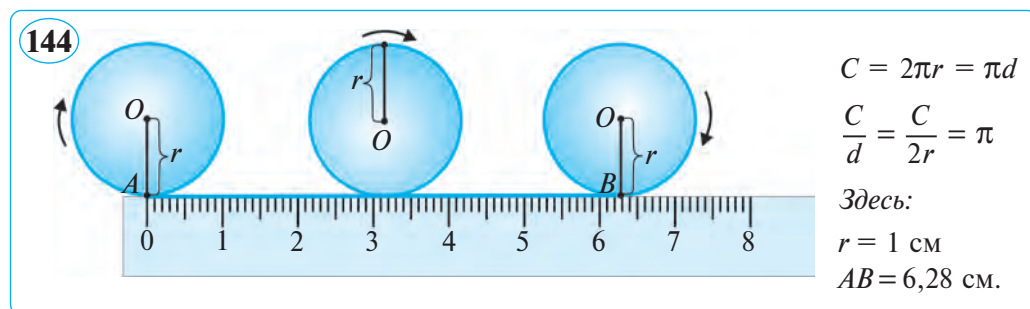
- 1153.** Площадь треугольника 20,48 см, высота 6,4 см. Найдите основание этого треугольника.

- 1154.** Найдите площади фигур на рисунке 143 (площадь 1 клетки примите за 1 см^2).



1. Длина окружности. С понятиями окружности и круга вы познакомились в 5 классе. Выполните следующую практическую работу: вырежьте из картона два круга с разными радиусами (например, 3 см и 5 см). Отметьте на окружностях кругов по точке. Нулевую отметку на линейке совместите с этой точкой, обозначив ее буквой A . Затем прокатите этот круг вдоль линейки, начиная с точки A и сделав один полный оборот. Точку на линейке, с которой совместится точка A , обозначьте буквой B . Длина полученного отрезка AB называется длиной окружности. Ту же работу выполните и со второй окружностью (рис. 144).

Теперь длину окружности разделите на ее диаметр (вспомните: длина диаметра равна удвоенной длине радиуса!). Если вы сделали эти подсчеты аккуратно, вы найдете, что это число, заключенное между числами 3,1 и 3,2.



Отношение длины окружности к ее диаметру обозначается греческой буквой π (читается «пи»). Если обозначить длину окружности через C , радиус — буквой r , диаметр — буквой d , то $d = 2r$, $C:d = \pi$, то есть $C:(2r) = \pi$. Отсюда, $C = \pi \cdot d$ или $C = 2\pi r$.

Чтобы найти длину окружности, надо ее диаметр умножить на число π .

Число π — бесконечная непериодическая десятичная дробь, не связанная с радиусом окружности. В обсерватории Мирзо Улугбека были вычислены 17 знаков после запятой этого числа:

$$\pi = 3,14159265358979325...$$

Этот результат привел Гияс ад-Дин Джамшид аль-Каши в сочинении «Трактат об окружности».

На практике, для простоты, принимают за приближенное значение $\pi = 3,14$ ($\pi = 3,1416$ или $\pi = \frac{22}{7}$).

Задача 1. Радиус окружности 3 см. Найдите ее длину.

Решение. На основе формулы $C = 2\pi r$:

$$C = 2 \cdot 3,1416 \cdot 3 = 18,8496 = 18,84 \text{ (см)}.$$

Ответ: 18,84 см.

Задача 2. Длина окружности равна 12,56 см. Найдите ее радиус.

Решение. Из формулы $C = 2\pi r$:

$$r = C : (2\pi) = 12,56 : (2 \cdot 3,14) = 12,56 : 6,28 = 2 \text{ (см)}.$$

Ответ: 2 см.

1. Площадь круга. Обозначим площадь круга через S .

Площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$.

Итак, площадь круга вычисляется как площадь квадрата со стороной, равной r , умноженная на π (рис. 145).

Задача 3. Радиус круга r равен 1 см. Найдите его площадь.

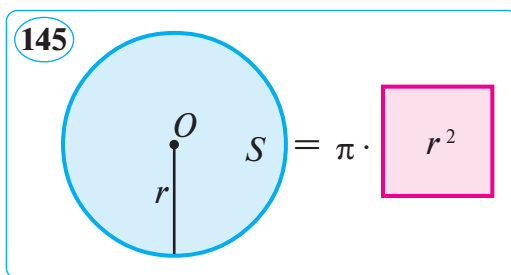
Решение. По формуле $S = \pi r^2$: $S = \pi \cdot 1^2 = \pi \text{ (см}^2\text{)}$.

Ответ: $S = \pi \text{ см}^2$.

Задача 4. Площадь круга равна 12,56 см². Найдите его радиус.

Решение. В формуле $S = \pi r^2$, $S = 12,56$; приняв $\pi = 3,14$, имеем: $12,56 = 3,14 \cdot r^2$, откуда $r^2 = 4$. Число 4 — это квадрат 2, $r \cdot r = 2 \cdot 2$, значит, $r = 2 \text{ (см)}$.

Ответ: $r = 2 \text{ см}$.



1155. 1) Что мы имеем в виду, говоря об окружности? О круге? В чем их различие, в чем сходство?



2) Что вы понимаете под длиной окружности? По какой формуле она вычисляется? Приведите примеры.

- 3) Знаете ли вы формулу для площади круга?
 4) Чему равно отношение длины окружности к его диаметру? Что означает буква π ?

1156. Найдите длину окружности радиуса r , равного:

- 1) 0,5 см; 2) 5 дм; 3) 20 см; 4) 0,4 м; 5) 40 мм.

1157. Найдите длину окружности с диаметром, равным:

- 1) 4 дм; 2) 50 см; 3) 0,01 м; 4) 100 см; 5) 200 мм.

1158. Чему равен диаметр окружности, если ее длина равна:

- 1) 31,4 см; 2) 56,52 дм; 3) 0,628 м; 4) 2,512 м?

1159. Радиус окружности увеличили на 3 дм. На сколько увеличится ее длина?

1160. Сколько раз совершит полный оборот колесо с диаметром 2,4 дм на пути длиной 144,72 м?

1161. Найдите радиус колеса, совершившего на расстоянии 2763,2 м 440 полных оборотов.

1162. Найдите площадь круга с радиусом r , равным:
 1) 5,5 см; 2) 10,8 дм; 3) 15,2 дм. Округлите результаты до сотых долей.

1163. Найдите площадь круга, диаметр которого равен:
 1) 3,6 дм; 2) 19,4 м. Округлите результаты до целых чисел.

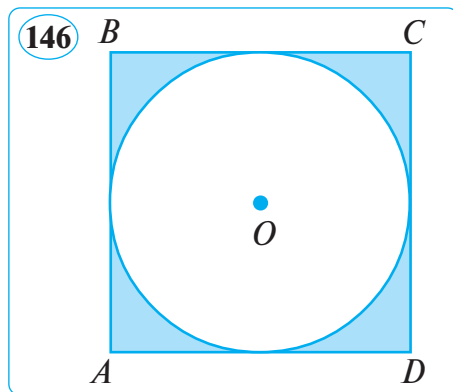
1164. 1) Пройдет ли в баскетбольное кольцо мяч с диаметром 26 см, если кольцо изготовлено из проволоки длиной
 1) 81 см? 2) 85 см?

1165. На сколько увеличится площадь круга, если радиус круга увеличится в 1,2 раза?

1166. Площадь круга равна: 1) 36π см²; 2) 16π дм²; 3) 81π дм². Чему равна длина окружности этого круга?

1167. Сторона квадрата равна 4 см (рис. 146). Сравните площади окрашенных фигур. Сделайте вывод.

1168. Выразите в дециметрах длину окружности круга с площадью 50,24 см². Округлите результат до разряда десятков.



1169. Радиус большего круга (рис. 147) равен 1,3 дм, площадь закрашенного кольца 1,44 дм². Найдите радиус меньшего круга.

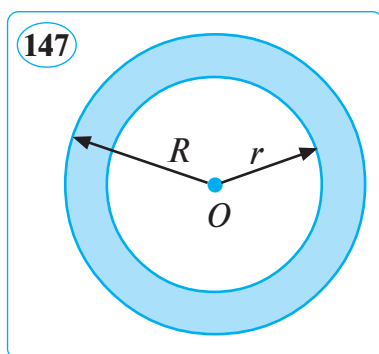
1170. Диаметр колеса 68 см. Какое расстояние пройдет оно, совершив 100 полных оборотов?

1171. а) Найдите длину окружности с радиусом: 1) 3,6 см; 2) 24 дм. Округлите результат до разряда единиц.

б) Найдите длину окружности с диаметром: 1) 5,8 дм; 2) 42 см. Округлите результат до разряда единиц.

1172. Найдите длину окружности с площадью ограниченного ею круга, равной: 1) 25π дм²; 2) 314 см².

1173. Найдите диаметр круга, если его площадь равна 314 см². Найдите диаметр этого круга.



Изучаем английский язык!



треугольник — triangle
 четырехугольник — rectangle
 квадрат — square

окружность — circle
 трапеция — trapezoid
 площадь — area

ТЕСТ 10

Проверьте себя!

1. Периметр правильного треугольника 28,8 см. Найдите длину его стороны.

А) 9,6 см. | В) 9,16 см. | С) 8,6 см. | D) 9,06 см.

3. Периметр треугольника 27,8 см. Одна из его сторон меньше другой на 3,5 см, но больше третьей на 2,7 см. Найдите длину большей из сторон.

А) 18,8 см. В) 11,7 см. С) 15,3 см. D) 12,5 см.

3. Длина окружности 25,12 см. Найдите ее радиус.

А) 6,28 см. В) 3,5 см. С) 4 см. D) 4,6 см.

4. Найдите площадь круга радиусом 3 см ($\pi = 3,14$).

А) 28,026 см². С) 27,126 см².
 В) 28,26 см². D) 27,26 см².



Исторические сведения

Значение числа π для решения прикладных задач ученые оценили в глубокой древности и вычисляли их с большой точностью. Это можно увидеть из приведенной ниже таблицы.

Имя ученого	Век	Страна	Приближенное значение π	Число знаков после запятой
Архимед	III в. до н.э.	Греция	3,14285; 3,14084	2
Витрувий	I в. до н.э.	Рим	3,12500	1
Птолемей	II в. н.э.	Греция	3,14166	3
Чжан Хен	II	Китай	3,16214	1
Ариабхатта	V	Индия	3,14159	5
Си Чун	V	Китай	3,14160	3
Брахмагупта	VII	Индия	3,14234; 3,1428	2
Мухаммад ибн Муса аль-Хорезми	VIII	Узбекистан	3,14285; 3,14160 $\frac{22}{7}; \frac{62832}{20000}$	3
Абу Наср аль-Фараби	IX	Узбекистан	3,14285; 3,14084	2
Леонардо да Винчи	XIII	Италия	3,14183	3
Бхаскара	XII	Индия	3,14160	3
Гияс ад-Дин Джемшид аль-Каши	XV	Узбекистан	3,14159265358979325...	17
Франсуа Виет	XVI	Франция	3,1415926535	10

Наилучший результат в вычислении числа π был получен выдающимся ученым Гияс ад-Дином Джемшидом аль-Каши, работавшим в обсерватории Мирзо Улугбека.

Итоговое повторение

1. Признаки делимости чисел

- 1174.** Одно число больше второго на 9, но меньше третьего на 6. При делении на 3 сумма этих трех чисел дает в частном 20. Найдите эти числа.
- 1175.** Замените звездочки такими цифрами, чтобы полученное число делилось на 3: 1) $3*8$; 2) $*10$; 3) $17*$; 4) $4*25$.
- 1176.** 1) Сколько чисел, кратных 9, содержится среди чисел от 1 до 600? 2) А чисел, кратных 3?
- 1177.** Замените звездочки (*) такими цифрами, чтобы полученное число делилось на 9:
1) $283 + 1*3$; 2) $*01 + 10*$; 3) $2\ 013 - *25$.
- 1178.** Найдите простые решения неравенств:
1) $1 \leq x \leq 32$; 2) $31 \leq x \leq 47$; 3) $101 \leq x < 114$.
- 1179.** Замените звездочки (*) такими цифрами, чтобы сумма $2\ 408 + 4*2*$; разность $9*4* - 2017$ делилась на 9.

2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями

1180. Вычислите:

- 1) НОД (372, 168); 3) НОД (840, 720);
2) НОК (816, 51); 4) НОК (24, 25).

1181. Вычислите: 1) $\frac{49}{80} + \frac{15}{16} + \frac{11}{32}$; 2) $\frac{17}{24} + \frac{14}{15} + \frac{19}{45}$.

1182. Решите уравнение:

- 1) $\frac{13}{5} - \left(\frac{7}{6} + x\right) = \frac{11}{15}$; 2) $\left(x - \frac{3}{4}\right) + \frac{7}{16} = \frac{9}{16}$.

1183. Сторона квадрата равна $5\frac{1}{4}$ дм, она больше ширины прямоугольника на $2\frac{1}{5}$ дм, но меньше его длины на $2\frac{3}{4}$ дм. Насколько периметр прямоугольника больше периметра квадрата?

1184. Точка C делит отрезок AB на две части: $CB = 1\frac{1}{4}$ м, AC больше CB на $2\frac{1}{5}$ м. Найдите длину отрезка AB .

1185. Решите удобным способом:

1) $25\frac{18}{47} - 12\frac{30}{41} + 8\frac{29}{47}$; 2) $23\frac{26}{37} + 7\frac{18}{19} - 4\frac{26}{37}$.

1186. Если к задуманному числу прибавить $15\frac{7}{12}$, то получится сумма чисел $16\frac{7}{24}$ и $10\frac{13}{15}$. Найдите это число.

3. Умножение и деление обыкновенных дробей

1187. Выполните действия:

1) $4\frac{2}{7} \cdot 1\frac{13}{15} - 2\frac{1}{13} \cdot 1\frac{4}{9}$; 2) $2,4 \cdot 1\frac{5}{12} \cdot 1\frac{7}{17} - 3\frac{1}{7} : 1\frac{4}{7}$.

1188. Решите удобным способом:

1) $39\frac{5}{7} \cdot 3\frac{15}{37} - 2\frac{5}{7} \cdot 3\frac{15}{37}$; 2) $2\frac{5}{9} \cdot 1\frac{13}{28} + 4\frac{4}{9} \cdot 1\frac{13}{28}$.

1189. Если к числу прибавить $\frac{4}{5}$ его частей, получится 90. Найдите это число.

1190. Мотоциклист двигался 2 ч 45 мин со скоростью 60 км/ч. Затем 3 ч 36 мин — со скоростью 50 км/ч. Сколько километров пути преодолел мотоциклист?

1191. Выполните действия:

1) $3\frac{3}{11} : 18 + 100 : \frac{25}{36} - 5\frac{1}{6} : 1\frac{1}{30}$;
2) $12\frac{3}{5} : \frac{21}{25} - \frac{17}{20} : 1,19 + 3\frac{1}{17} : 1\frac{1}{51}$.

1192. Найдите высоту прямоугольника, если его площадь равна $20\frac{4}{5}$ м², а основание равно $6\frac{1}{2}$ м.

4. Отношение и пропорция

1193. Замените отношение дробей отношением целых чисел:

1) $3,25 : 9,75$; 2) $\frac{2}{3} : \frac{5}{12} : \frac{17}{18}$; 3) $2\frac{1}{9} : 8\frac{4}{9}$.

1194. Найдите неизвестный член отношения:

1) $x : 1,2 = 2,5$; 2) $1,8 : x = 1,5$; 3) $x : 11\frac{3}{7} = 1\frac{1}{20}$.

1195. Можно ли составить пропорции из данных отношений:

1) $1,5 : 7,5$ и $1\frac{1}{7} : 3\frac{3}{7}$; 2) $4 : 1$ и $10 : 2,5$?

1196. Решите уравнения, пользуясь основным свойством пропорции:

1) $\frac{3x+4}{28} = \frac{22}{7}$; 2) $2\frac{1}{7} : \frac{3}{28} = 3\frac{1}{3}x : 1,5$; 3) $\frac{3}{2x-1} = \frac{7}{4x-1}$.

1197. Одно число на 102 больше другого, а отношение этих чисел равно $9,3 : 0,8$. Найдите эти числа.

1198. Содержание крахмала в рисе составляет 75%, в ячмене — 60%. Какой массе ячменя соответствует содержание крахмала в 5 кг риса?

1199. Какой надо выбрать масштаб плана, чтобы начертить карту участка пахотной земли с площадью 20 га в виде прямоугольника с измерениями 50 см и 40 см?

1200. Найдите неизвестный член пропорции:

1) $x : 8 = 4 : 2$; 3) $2\frac{2}{7} : 1\frac{1}{7} = x : 2\frac{1}{9}$;
2) $7,8 : x = 7,2 : 1,2$; 4) $5 : 4 = 2,5 : x$.

1201. К тройке чисел 10, 27, 15 добавьте такое четвертое число, чтобы эти числа составили пропорцию. Сколько решений имеет задача?

1202. Расстояние между городами A и B 180 км. Это расстояние легковая машина проходит за 2 часа, а грузовая — за 3 часа. Из города A в город B выехала грузовая машина. В тоже самое время из города B в город A выезжает легковая машина. На каком расстоянии от города A они встретятся?

1203. Решите уравнение, используя основное свойство пропорции:

1) $\frac{2x+1}{6} = \frac{3x-1}{4}$; 2) $x : 2,5 = 8\frac{4}{7} : 2\frac{1}{7}$; 3) $\frac{10,5}{x-3,6} = \frac{51}{x+1,8}$.

5. Положительные и отрицательные числа. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел.

1204. Точка A (2) на оси координат сдвинута в точку B (−3). В какую сторону и на сколько единиц сдвинута точка A ?

1205. Вычислите:

1) $|-2,8| \cdot |-3,5| \cdot \left| -2\frac{2}{3} \right| \cdot \left| -1\frac{1}{2} \right|$; 2) $|-3,1| \cdot \left| -1\frac{9}{31} \right| \cdot \left| -1\frac{1}{3} \right| \cdot \left| -\frac{3}{4} \right|$.

1206. Решите уравнение:

1) $|x| = 1$; 2) $|x| = 1,5$; 3) $|3 - x| = 3$.

1207. Вычислите:

1) $125 + ((-125) + 25)$; 4) $3,71 + ((-2,71) + 9)$;
2) $149 - (126 - (-70))$; 5) $143 + (-176) + 166$;
3) $-202 + ((-38) + 102)$; 6) $43,1 - (7,8 - (-23,1))$.

1208. На числовой оси найдите расстояние между точками, заданными своими координатами. Начертите чертежи:

1) $A(-1)$, $B(3)$; 3) $C(-4)$, $D(-1)$; 5) $E(-2)$, $O(0)$;
2) $F(2,5)$, $G(4,5)$; 4) $K(-1)$, $L(2)$; 6) $P(-5)$, $Q(1)$.

1209. Решите уравнение:

1) $10 + x = -20 + (-5)$; 3) $-16 - x = 32 - (-12)$;
2) $-12 + x = -11 - (-10)$; 4) $x + (-18) = -29 - (-19)$.

1210. Вычислите:

1) $-29 - (-21)$; 3) $-(-8 - 14) - (-18 + 32)$;
2) $-(-7,9) - 8,6$; 4) $-(-2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3}) - (3\frac{2}{7} - 1\frac{2}{7})$.

1211. Вместо звездочки поставьте соответствующие числа:

1) $-28 + (-22) + * = -55 - 3$;
2) $* - 32 - (-38) = -29 - (-21)$;
3) $-78 - (-22) - * = -(-63) - 96$.

6. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел.

1212. Определите знак степени:

1) $(-1)^1$; 3) $(-1)^2$; 5) $(-1)^{2013}$;
2) $(-1)^3$; 4) $(-1)^4$; 6) $(-1)^{2014}$.

1213. Вычислите, используя сочетательный закон:

1) $2,5 \cdot 3 \cdot (-8)$; 4) $(-2\frac{5}{9}) \cdot 27 \cdot \frac{9}{23}$;
2) $(-25) \cdot 17 \cdot (-0,4)$; 5) $0,125 \cdot 3\frac{14}{15} \cdot (-8)$;
3) $3\frac{4}{7} \cdot (-18) \cdot \frac{7}{25}$; 6) $(-4\frac{1}{11}) \cdot (-5,5) \cdot 2$.

1214. Вынесите за скобки общий множитель и вычислите:

1) $-122 \cdot 83 - 61 \cdot 46 - (-6) \cdot 122$;
2) $-136 \cdot 57 - 68 \cdot 36 - 50 \cdot 68$.

1215. Решите уравнение:

1) $(12 + x) : (-3) = (-7) : 3,5;$

3) $\frac{-7-x}{4} = \frac{x-2}{3};$

2) $(x - 9) : (-1,8) = (-2,5) : (-0,5);$

4) $\frac{8}{3-x} = \frac{20}{4+x}.$

1216. Найдите значение выражения:

1) $(-14,4) \cdot (-2) : (-3,6) \cdot (-1);$

2) $(-33,6) : 2,8 \cdot (-3,5) : (-7);$

3) $42,5 : (-5) : (-17) \cdot (-24);$

4) $-8\frac{6}{7} : 4\frac{3}{7} \cdot (-2,8) : (-0,7).$

1217. Решите уравнение:

1) $(-24) \cdot x = 480;$ 3) $2,5x = -17,5;$ 5) $28,9 : (-x) = 17;$

2) $2\frac{2}{9} \cdot x = 1\frac{1}{9};$ 4) $-x : 1,2 = 1,3;$ 6) $x : \left(-1\frac{1}{3}\right) = \frac{-3}{4}.$

1218. Умида задумала число. Умножила его на (-5) , разделила ответ на 9 и вычтя из частного 80, разделила результат на (-11) . Добавив к 80% результата (-50) , получила (-46) . Какое число задумала Умида?

7. Решение уравнений

1219. 1) Что называется корнем уравнения? Обязательно ли уравнение имеет корень? Приведите примеры.

2) Сформулируйте основные свойства уравнения и разъясните их на примерах.

1220. Перенеся неизвестные члены уравнения в левую часть равенства, а известные — в правую, упростите выражения и решите полученное уравнение:

1) $2,7x - 2,8 = 4,2 - 4,3x;$ 3) $-5,3x + 4,5 = 4,7x - 5,5;$

2) $1\frac{4}{7}x - 4,9 = 11,1 - 6\frac{3}{7}x;$ 4) $0,25x + 4\frac{2}{3} = 1,75x + 2\frac{2}{3}.$

1221. 1) Сумма пяти последовательных натуральных нечетных чисел равна 9 975. Найдите эти числа.

2) Сумма пяти последовательных натуральных четных чисел равна 10 080. Найдите эти числа.

1222. Среднее арифметическое значение пяти чисел равно $(-3,2)$. Если добавить к этим числам еще одно число x , то их среднее арифметическое значение будет равно: 1) 2,4; 2) $8\frac{2}{3}$. Найдите x .

- 1223.** У предпринимателя было 110 кг товара. Если продавать товар по 4 000 сумов за 1 кг, то он понесет убыток в 120 000 сумов. Но он, продав весь товар, получил 100 000 сумов прибыли. По какой цене он продал товар?
- 1224.** Площадь пахотной земли одного фермера больше площади второго на 20%. Но урожайность у второго фермера на 25% больше, чем у первого. Какой фермер и на сколько процентов получит больше урожая?
- 1225.** Сумма четырех чисел равна 3 888. Эти числа относятся как 4 : 3 : 5 : 6. Найдите эти числа.
- 1226.** Арба проехала расстояние 576 м, при этом ее задние колеса передними совершили на 60 полных оборотов меньше передних. Найдите длину окружности заднего колеса, если длина окружности переднего равна 3,2 м.
- 1227.** Решите уравнение:
- 1) $(7x + 3) - (5x - 7) = (2x - 5) - (3x - 6)$;
 - 2) $3(2x - 3) + 4(2 - 5x) = 7(2 - 3x) - 2(3x - 1)$;
 - 3) $\frac{5}{8} \cdot \left(\frac{4}{5}x - 1,6\right) + 0,75 \cdot \left(\frac{1}{3}x + 1\frac{1}{3}\right) = 5 - 3x$;
 - 4) $2 \cdot (3,5x - 4) - 3 \cdot (3x + 1) = 2\frac{1}{7} \cdot \left(\frac{7}{15}x - 1,4\right)$.
- 1228.** Из двух чисел первое больше второго на 11. 30% большего числа на 0,8 больше 40% меньшего. Найдите эти числа.
- 1229.** В трех шкафах было 376 книг. В первом шкафу на 12 книг меньше, чем во втором, но на 17 книг больше, чем в третьем. Сколько книг было в каждом шкафу?
- 1230.** Решите уравнение, пользуясь основным свойством пропорции:
- 1) $\frac{4x-7}{x-1} = \frac{13}{4}$;
 - 3) $\frac{x+1}{x+2} = \frac{1}{2}$;
 - 5) $\frac{2x+3}{5-x} = \frac{3}{5}$;
 - 2) $\frac{x+1}{x-3} = \frac{5}{4}$;
 - 4) $\frac{x+3}{x+1} = \frac{5}{3}$;
 - 6) $\frac{x-3}{x+1} = \frac{1}{2}$.
- 1231.** Скорость автобуса меньше скорости легковой машины на 20 км/ч. Определенное расстояние легковая машина преодолевает за 5 часов, автобус — за 7 часов. Найдите их скорости.
- 1232.** Если предприниматель продаст товар по 16 500 сумов за 1 кг, то он будет в убытке на 81 400 сумов. Если же он

продаст товар по 19 800 сумов за 1 кг, то получит прибыль 62 800 сумов. Сколько товара у предпринимателя?

1233. Сумма трех последовательных целых чисел равна (-387) . Найдите эти числа.

1234. Периметр треугольника равен 61 см. Одна из его сторон меньше другой на 3 см, но больше третьей на 5 см. Найдите стороны треугольника.

8. Данные

1235. Составьте всевозможные четырехзначные числа из цифр 3, 5, 6 и 9, не повторяя их. Сколько среди этих чисел: 1) делятся на 4; 2) начинаются с цифры 5; 3) оканчиваются цифрой 9; 4) тех, в которых нечетные цифры стоят рядом?

1236. Мамура на баскетбольной площадке забросила в корзину 20 мячей из 30., а Манзура 18 мячей из 28. Какая из девочек результативнее?

9. Геометрический материал

1237. Один из углов треугольника равен 30° . Второй угол в 3 раза больше него. Найдите углы этого треугольника. Какой это треугольник?

1238. Длины сторон треугольника пропорциональны числам 6, 8, 10, а периметр равен 72 см. Найдите длины сторон треугольника.

1239. Периметр треугольника равен 41,5 см. Одна из его сторон на 3,8 см длиннее второй, а третья на 2,4 см короче ее. Найдите длины сторон треугольника.

1240. Один из углов треугольника на 18° больше второго, и на 6° меньше третьего. Найдите углы этого треугольника.

1241. 1) Радиус окружности равен 2,5 см. Найдите длину окружности. 2) Длина окружности равна 21,98 см. Найдите диаметр окружности.

1242. Радиус круга равен 1,5 см. Найдите площадь круга.

1243. Во сколько раз увеличится радиус круга, если в 9 раз увеличить его площадь?

1244. Радиус экватора Земли равен 6 378 км. Найдите длину экватора Земли.

Ответы

3. 240 м². **8.** За 1 час 252 г, за 1 сутки 6 048 г, за 1 месяц 181 440 г. **22.** 2 ч 24 мин (2,4 ч). **28.** 64 стр., 60 стр. **41.** 1) Цифры 0, 2, 4, 6, 8. **44.** 1. **47.** 1. **59.** 1) На 2: 36, 38, 40, 42, 44, 46, 48, 50, 52; 2) на 5: 35, 40, 45, 50; 3) на 10: 40, 50. **64.** Наибольшее — 3 210; наименьшее — 1 023. **79.** 1) 111; 2) 111 111 111. **88.** 1) $x=126$; 135; 144; 153; 162; 2) $y=90$; 99; 3) $z=63$; 72; 81; 90; 99; 108; 117. **128.** 1) НОД (a, b) = $2 \cdot 5^2 = 50$; 3) НОД (a, b) = $5 \cdot 7 = 35$. **137.** 1) НОД (50, 60) = 10; 2) НОД (21, 84) = 21; 3) НОД (225, 50) = 25. **144.** 105 дней. **149.** $2 + 5 = 7$; $5 - 2 = 3$. **169.** 1) $x=13$; 2) $x=18$. **174.** В). **197.** 1) 25 см = $\frac{1}{4}$ м, 50 см = $\frac{1}{2}$ м, 90 см = $\frac{9}{10}$ м; 2) 60 г = $\frac{3}{50}$ кг, 200 г = $\frac{1}{5}$ кг, 750 г = $\frac{3}{4}$ кг. **201.** Сорок. **225.** может быть $n=3$: $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$. **226.** Мамура решила быстрее, т.к. $\frac{9}{45} < \frac{10}{45}$. **246.** $a = \frac{2}{36}$; $\frac{3}{36}$; $\frac{4}{36}$; $\frac{5}{36}$. **248.** А) 2. **250.** 1) $x=9$; 2) $x=3$; 3) $x=28$. **284.** $\frac{19}{30}$ ч или 38 мин. **301.** 2 мешок 8,1 кг; на 0,7 кг больше. **310.** Отрезок AB длинее, на $\frac{1}{25}$ дм длинее. **313.** 41 м. **316.** $6\frac{1}{8}$. **330.** Отрезок AB длинее отрезка CD на 0,15 дм. **350.** Да, можно. Например, $2 + 3 + 59 = 64$. **351.** Е). **353.** 14,7 кг. **360.** 72,9 дм². **369.** 2 кг. **371.** 9 кг. **373.** Скворец 1 200 м/мин, ястреб 1 120 м/мин. **375.** 20 кг. **427.** 12 км. **455.** $1\frac{2}{3}$ ч, $3\frac{1}{3}$ ч. **462.** За 1 ч 60 км. **469.** 450 м². **473.** 62 года. **482.** 240 га. **484.** $101 - 10^2 = 1$, **487.** 49 км. **498.** 1) 12,8; 2) 4. **503.** У Исмаила больше возможностей стать вратарем, т.к. $\frac{36}{90} > \frac{35}{90}$. **514.** 1) Верно; 2) неверно. **521.** 8 км пути за 2 часа. **523.** 2) 8. **528.** 1) $1\frac{1}{5}x = 3$; 2) $x = 2,4$. **531.** 2) $x = 6,5$. **542.** Крайний член равен 30. **550.** 7 лошадей за 8 дней 224 кг пищи. **551.** 1) $x = 1$. **556.** 10 синиц за 10 дней съели 1 кг зерна. **558.** 100 кг. **578.** Манзура прибавила 7. **588.** 1) 720 г хлопка; 2) 1 кг капрона. **612.** 100,8 кг олова; 12 кг сурьмы; 4,8 кг меди; 2,4 кг висмута. **614.** 5 000 м². **628.** 99 см.

631. Стороны 20 см, 48 см, 52 см. **635.** $(77 + 13) : 3 = 30$; $(28 + 47) : 3 = 25$; $(16 + 44) : 3 = 20$, т.е. число в средней клетке равно произведению крайних членов, деленному на 3. **636.** 36 яиц. **657.** 150 раз уменьшилось. **658.** 72 км/ч. **660.** 1 : 2 000 000. **662.** 32 км. **675.** 1 : 1 000 000. **684.** 1) в 2 раза увеличится. **687.** 1, 1, 1, 2, 5. **691.** D). **692.** 3 °C. **697.** 33 °C. **729.** 1) 23. **738.** 1) 106. **742.** 75. **803.** D). **827.** Расстояния равны. **844.** 320 м, 6 300 м². **907.** 3) 0; 4) положительное. **927.** 1) 5. **958.** 1) -111; 2) 0. **970.** 1) 5,(2); 2) 1,(37); 3) 3,(108). **975.** 1) 7,2 см; 2) 3,6 дм. **989.** 1) 36. **990.** 1) $x = 1,8$. **998.** -2,6. **1007.** 1) $-4a$; 3) $8b$. **1020.** 27 см, 23 см, 30 см. **1072.** 1) 20, 25; 2) 60, 65. **1073.** 6 рядов. **1077.** 2) 11. **1079.** 6. **1081.** 12. **1083.** 3) 10; 4) 45. **1085.** 1) 18; 2) 180. **1087.** 6. **1089.** 120. **1091.** 10 000. **1093.** 10; 5 мин. **1097.** 6. **1100.** 1) Невозможно сделать, т.к. сумма двух сторон треугольника меньше третьей стороны ($4 \text{ дм} < 4,5 \text{ дм}$). **1101.** 40°; тупоугольный. **1103.** 1) $P = 6,5 + a + b$; 2) а) 16,9 см. **1104.** Да, есть; прямоугольный. **1106.** 28,5 см. **1116.** 1) 50 см². **1130.** 5,6 см. **1132.** 2) 59 см². **1135.** 259,2 см². **1137.** 62°, 47°, 71°. **1139.** 12 см². **1145.** а) 32,5 см²; d) 20 см². **1147.** 12 см². **1168.** $r = 0,5$ дм. **1174.** 21, 12, 27. **1189.** 50. **1200.** 2) $x = 1,3$. **1202.** 72 км. **1229.** 127, 139, 110. **1230.** 2) $x = 19$; 3) $x = 0$. **1231.** 50 км/ч; 70 км/ч. **1232.** 74 кг. **1233.** -130; -126; -128.

Таблица простых чисел до 1000

2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31	37	41	43
47	53	59	61	67	71	73	79	83	89	97	101	103	107
109	113	127	131	137	139	149	151	157	163	167	173	179	181
191	193	197	199	211	223	227	229	233	239	241	251	257	263
269	271	277	281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349
353	359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431	433
439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499	503	509	521
523	541	547	557	563	569	571	577	587	593	599	601	607	613
617	619	631	641	643	647	653	659	661	673	677	683	691	701
709	719	727	733	739	743	751	757	761	769	773	787	797	809
811	821	823	827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887
907	911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991	997

СОДЕРЖАНИЕ

Повторение пройденного в 5 классе	3
---	---

МАТЕРИАЛ 6 КЛАССА

ГЛАВА I. ПРИЗНАКИ ДЕЛИМОСТИ ЧИСЕЛ

Тема 1–2. Делители и кратные чисел	6
Тема 3–5. Признаки делимости на 10, 5 и 2	10
Тема 6–7. Признаки делимости на 9 и 3	13
Тема 10. Простые и составные числа	16
Тема 11–12. Разложение числа на простые множители	19
Тема 13–14. Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа	21
Тема 15–16. Наименьшее общее кратное	26
Тест I. Проверьте себя!	30

ГЛАВА II. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ДРОБЕЙ С РАЗНЫМИ ЗНАМЕНАТЕЛЯМИ

Тема 19–20. Основные свойства дробей	31
Тема 21–23. Сокращение дробей	34
Тест II. Проверьте себя!	38
Тема 24–26. Приведение дробей к общему знаменителю	39
Тема 27–28. Сравнение дробей с разными знаменателями	43
Тема 31–33. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	47
Тема 34–37. Сложение и вычитание смешанных дробей	51
Тест III. Проверьте себя!	58

ГЛАВА III. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ОБЫКНОВЕННЫХ ДРОБЕЙ

Тема 40–42. Умножение обыкновенных дробей и смешанных чисел	59
Тема 43–45. Нахождение части числа	65
Тема 46–48. Распределительный закон умножения и его применение	68
Тема 49–50. Взаимно обратные числа	73
Тема 51–52. Деление обыкновенных дробей	78
Тема 53–54. Нахождение числа по его части	82
Тест IV. Проверьте себя!	87

ГЛАВА IV. ОТНОШЕНИЕ И ПРОПОРЦИЯ

Тема 57–58. Понятие отношения. Пропорции.....	88
Тема 59–61. Основное свойство пропорции	93
Тема 62–64. Применение основного свойства пропорции.....	98
Тема 65–66. Прямо и обратно пропорциональные величины ..	101
Тема 69–74. Применение прямой и обратной пропорциональности	106
Тема 75–78. Масштаб	115
Тест V. Проверьте себя!	121
Исторические сведения	122

ГЛАВА V. ПОЛОЖИТЕЛЬНЫЕ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА. ЦЕЛЫЕ ЧИСЛА

Тема 81–83. Положительные и отрицательные числа. Понятие о целых числах.....	123
Тема 84–85. Координатная прямая. Изображение положительных и отрицательных чисел	127
Тема 86–88. Противоположные числа. Модуль числа	132
Тема 89–90. Сравнение чисел. Изменение величин	138
Тест VI. Проверьте себя!	143
Исторические сведения	144

ГЛАВА VI. СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Тема 93–94. Сложение и вычитание чисел на координатной прямой.....	145
Тема 95–97. Сложение отрицательных чисел.....	149
Тема 98–100. Сложение чисел с разными знаками.....	152
Тема 101–102. Вычитание чисел	159
Тест VII. Проверьте себя!	164

ГЛАВА VII. УМНОЖЕНИЕ И ДЕЛЕНИЕ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ И ОТРИЦАТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ

Тема 105–106. Умножение чисел.....	165
Тема 107–109. Деление чисел	168
Тема 110–112. Понятие о рациональном числе. Свойства действий над рациональными числами	172
Тема 113–114. Вычисление степени натурального числа, в простей- ших случаях, квадратного корня, значение которого равно рациональному числу. Понятие периодической дроби	177
Тест VIII. Проверьте себя!	181

ГЛАВА VIII. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ

Тема 116–117. Правило раскрытия скобок. Коэффициент	182
Тема 118–119. Решение линейных уравнений с одним неизвестным.....	186
Тема 120–121. Простейшие линейные уравнения с одним неизвестным и дробным коэффициентом	192
Тест IX Проверьте себя!	195
Исторические сведения	196

ГЛАВА IX. ДАННЫЕ

Темы 124–125.	Таблицы	197
Темы 126–127.	Диаграммы	200
Темы 128–129.	Анализ данных.....	203
Темы 130–131.	Элементы комбинаторики	206
Темы 132–133.	Решение задач при помощи правила умножения.....	207

ГЛАВА X. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ МАТЕРИАЛ

Темы 136–138. Треугольник, его периметр, виды треугольников	209
Темы 139–142. Площадь треугольника	213
Темы 145–146. Вычисление площади на клетчатой бумаге	217
Темы 147–149. Задачи на вычисление площадей на клетчатой бумаге	220
150–152. Длина окружности и площадь круга	222
Тест X. Проверьте себя!	225
Исторические сведения	226

ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

1. Признаки делимости чисел	227
2. Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями ...	227
3. Умножение и деление обыкновенных дробей	228
4. Отношение и пропорция	228
5. Положительные и отрицательные числа. Сложение и вычитание положительных и отрицательных чисел.....	229
6. Умножение и деление положительных и отрицательных чисел	230
7. Решение уравнений	231
8. Данные	233
9. Геометрический материал	233
<i>Ответы</i>	234

22.1
М-34

М. А. Мирзаахмедов и др.

Математика: учебник для 6 классов школ общего среднего образования/ М. А. Мирзаахмедов, А. Н. Рахимкориев, Ш. Н. Исмаилов, М. А. Тохтаходжаева. — 2 изд. — Ташкент: ИПТД „O‘qituvchi“, 2017 — 240 стр.

ISBN 978-9943-22-083-6

КБК: 51(075)

ББК 22.1я72

MIRFAZIL ABDILHAQOVICH MIRZAXMEDOV,
ABDUVAHOB ABDURAHMONOVICH RAHIMQORIYEV,
SHUXRAT NORALIYEVICH ISMAILOV,
MIYASSAR ABDEVAXABOVNA TOXTAXODJAYEVA

MATEMATIKA 6

Ta'lim rus tilida olib boriladigan umumiy o'rta ta'lim
maktablarining 6- sinfi uchun darslik

Qayta ishlangan va to'ldirilgan 2- nashri

«O‘qituvchi» nashriyot-matbaa ijodiy uyi

Toshkent — 2017

Переводчик Г. Юсупова

Редактор Д. Рахимова

Тех. редактор С. Набиева

Компьютерная верстка Ш. Ахраровой

Издательская лицензия АИ № 291. 04.11.2016. Подписано в печать
с оригинала-макета 27.07.2017. Формат 70 × 100¹/₁₆. Кегль 11 н/шпон.
Гарнитура Таймс. Печать офсетная. Бумага офсетная. Усл. п. л. 19,35.
Учетно-издательские л. 11,82. Тираж 62 760.
Заказ №

Издательско-полиграфический творческий дом «O‘qituvchi»
Узбекского агентства по печати и информации. Ташкент — 206,
Юнусабадский район, ул. Янгишахар, 1.
Договор № 43-17.

Сведения о состоянии учебника, выданного напрокат

№	Имя, фамилия ученика	Учеб- ный год	Состояние учебника при получении	Подпись классного руководи- теля	Состояние учебника при сдаче	Подпись классного руково- дителя
1						
2						
3						
4						
5						
6						

**Таблица заполняется классным руководителем при передаче
учебника в пользование и возвращении назад в конце
учебного года. При заполнении таблицы используются
следующие оценочные критерии:**

Новый учебник	Состояние учебника при первой передаче
Хорошо	Обложка цела, не оторвана от основной части книги. Все страницы в наличии, не порваны, на страницах нет записей и помарок.
Удовлет- ворительно	Обложка не смята, слегка испачкана, края стёрты. Удовлетворительно восстановлен пользователем. Вырванные страницы восстановлены, но некоторые страницы исчерчены.
Неудовлет- ворительно	Обложка испачкана, порвана, корешок оторван от основной части книги или совсем отсутствует. Страницы порваны, некоторых вообще не хватает, имеющиеся исчерчены. Учебник к дальнейшему пользованию не пригоден, восстановить нельзя.